

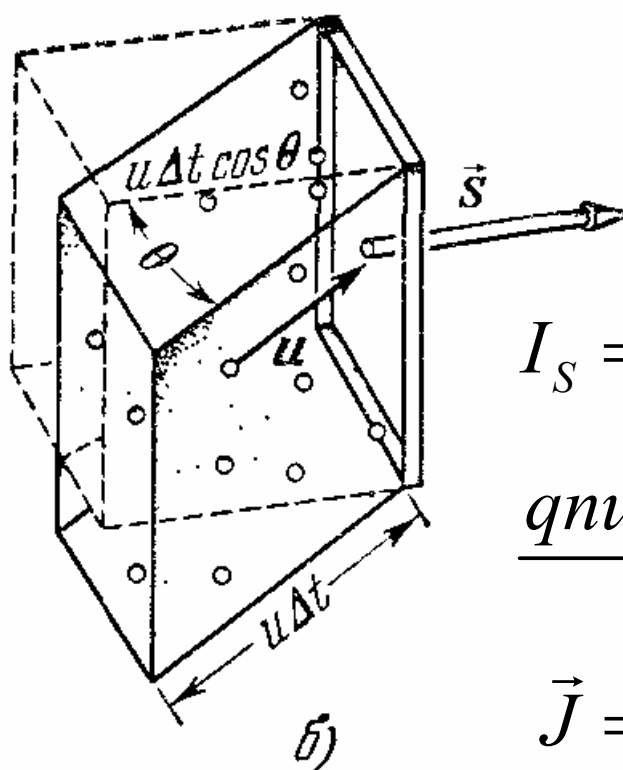
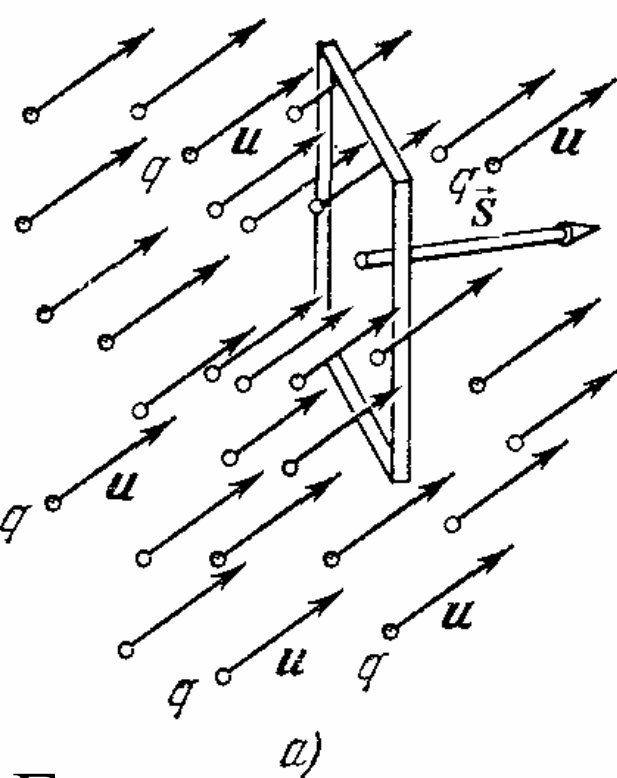
Лекция 8.

- Постоянный электрический ток. Сила и плотность тока. Линии тока. Электрическое поле в проводнике с током и его источники. Уравнение непрерывности. Условие стационарности тока. Электрическое напряжение. Закон Ома для участка цепи. Электросопротивление. Закон Ома в дифференциальной форме. Удельная электропроводность вещества.

Постоянный электрический ток.

Сила и плотность тока

- Электрическим током называется любое упорядоченное движение электрических зарядов.
- Сила электрического тока через заданную поверхность определяется величиной заряда, проходящим через эту поверхность за единицу времени.
- Плотность тока это векторная величина, проекция которой на нормаль к элементарной поверхности равна величине электрического заряда, проходящего через единицу поверхности за единицу времени.



$$I_S = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{qn\Delta V}{\Delta t} = \frac{qnuS\Delta t \cos \theta}{\Delta t} = qn(\vec{u}\vec{S}),$$

$$\vec{J} = qn\vec{u}.$$

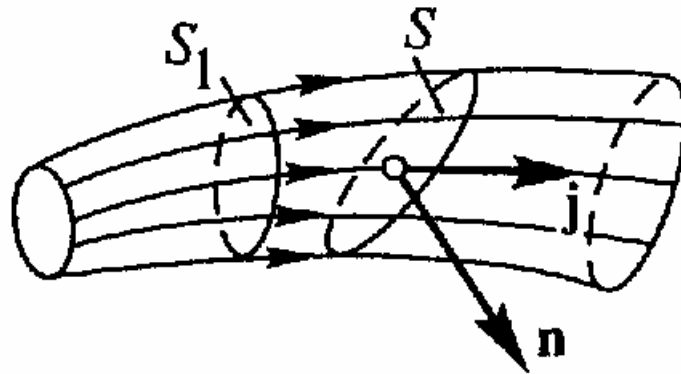
Если заряды движутся с разными скоростями

$$I_S = \sum_i qn_i(\vec{u}_i\vec{S}) = \vec{J}\vec{S}, \quad \text{где } \vec{J} = \sum_i qn_i\vec{u}_i \text{ — плотность тока.}$$

$$\vec{J} = q \frac{\sum_i n_i \vec{u}_i}{n} = qn \langle \vec{u} \rangle, \quad \text{где } n = \sum_i n_i; \quad \langle \vec{u} \rangle = \frac{\sum_i n_i \vec{u}_i}{n}.$$

Линии тока.

- Линии тока – это линии, касательные к которым направлены по направлению средней (или дрейфовой) скорости. Для стационарных токов вдоль этих линий движутся заряженные частицы.



Трубка тока

Уравнение непрерывности. Условие стационарности тока.

Согласно закону сохранения заряда

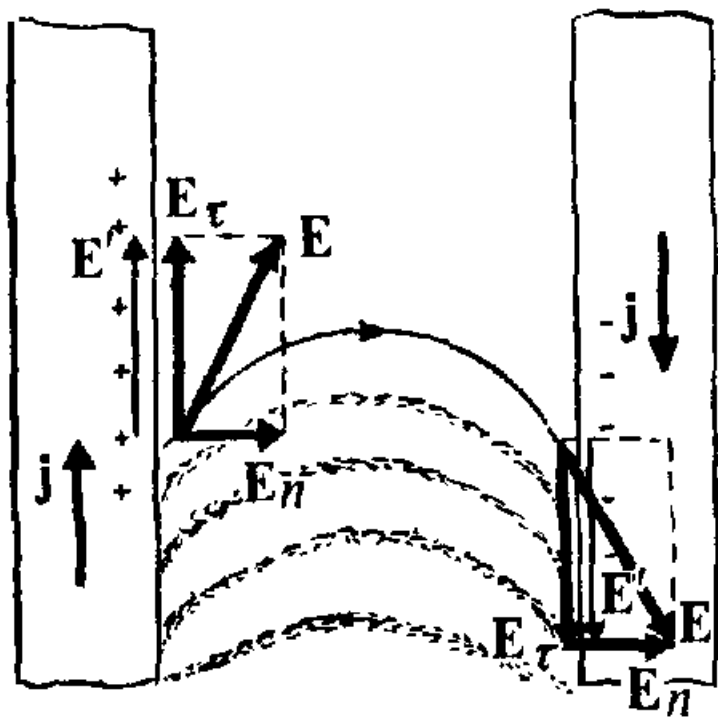
$$\frac{\partial}{\partial t} Q_V = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_{S_V} \vec{J} d\vec{S} = - \int_V \operatorname{div} \vec{J} dV.$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0 - \text{уравнение непрерывности.}$$

В стационарном случае $\partial \rho / \partial t = 0$, следовательно

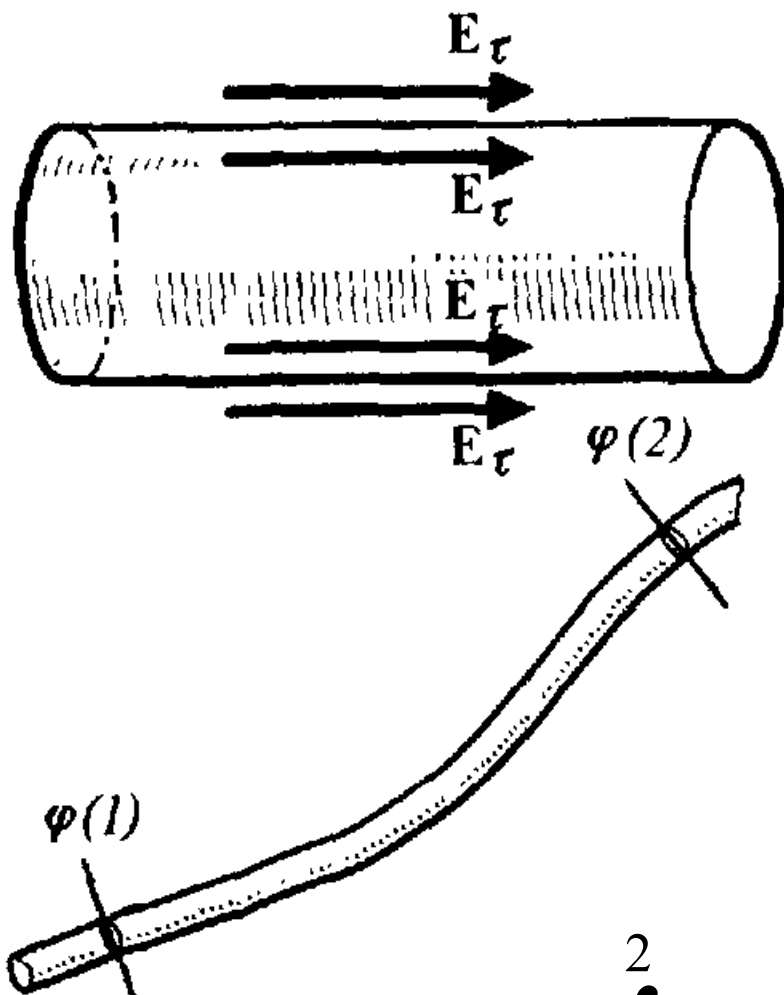
$$\operatorname{div} \vec{J} = 0.$$

Электрическое поле в проводнике с током и его источники.



108

Демонстрация наличия нормальной составляющей напряженности поля вблизи поверхности проводника



$$\varphi(1) - \varphi(2) = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l},$$

Электрическое напряжение. Закон Ома для участка цепи. Электросопротивление.

Опыт показывает, что между током и напряжением на участке проводника существует однозначная зависимость

$$I = f(U).$$

Для многих проводников эта зависимость линейная

$$I = \Lambda \cdot U = \frac{1}{R} \cdot U,$$

где Λ и R - электрическая проводимость и сопротивление.

Единица сопротивления $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В} / 1 \text{ А} = 1 \text{ В} / \text{А}$.

Удельное электрическое сопротивление

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Вещество	Удельное сопротивление ρ , Ом м	Вещество	Удельное сопротивление ρ , Ом м
Серебро	$(1,66 - 1,63) \cdot 10^{-8}$	10 %-ный водный раствор NaCl	0,0825
Медь тянутая	$1,78 \cdot 10^{-8}$	Химически чистая вода	$\sim 10^6$
Платина	$11,0 \cdot 10^{-8}$	Стекло натровое	$\sim 10^9$
Константан (сплав 60 % Cu, 40 % Ni)	$49,0 \cdot 10^{-8}$	Фарфор	$\sim 10^{13}$
Нихром (67,5 % Ni, 15 % Cr, 16 % Fe, 1,5 % Mn)	$110 \cdot 10^{-8}$	Янтарь, плавленый кварц	$> 10^{18}$
Графит	$\sim 3 \cdot 10^{-5}$		

Удельное сопротивление зависит от температуры

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \cdot (t - t_0)],$$

где α - температурный коэффициент сопротивления.

Для чистых металлов $\alpha \approx 1 / 273 K^{-1} = 0,00367 K^{-1}$.

Вещество	Температура, °C	Температурный коэффициент сопротивления α , K^{-1}
Серебро	0–100	$40 \cdot 10^{-4}$
Медь	18	$43 \cdot 10^{-4}$
Платина	0–100	$38 \cdot 10^{-4}$
Константан	18	$(\text{от } -0,4 \text{ до } +0,1) \cdot 10^{-4} *$
10 %-ный водный раствор NaCl	18	$-0,021$
Графит	18	$-5 \cdot 10^{-4}$
Стекло	100	от $-0,1$ до $-0,2$

*) В зависимости от образца.

Сверхпроводимость.

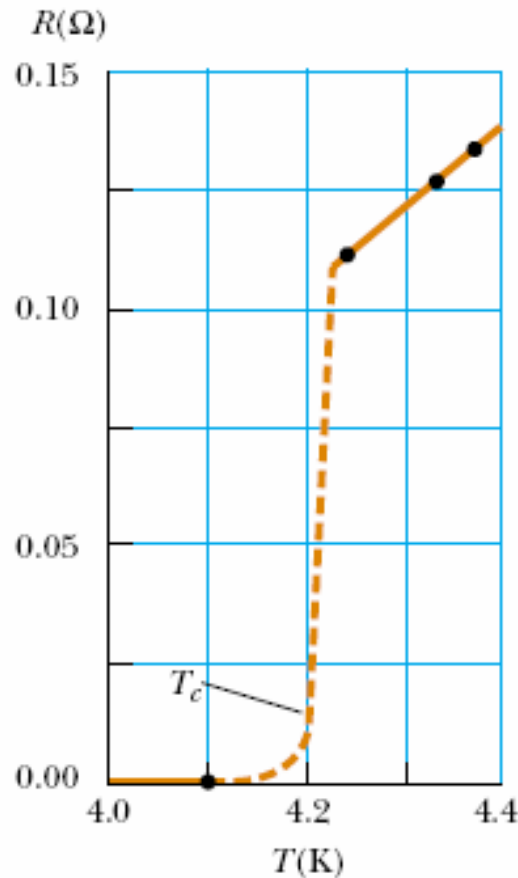


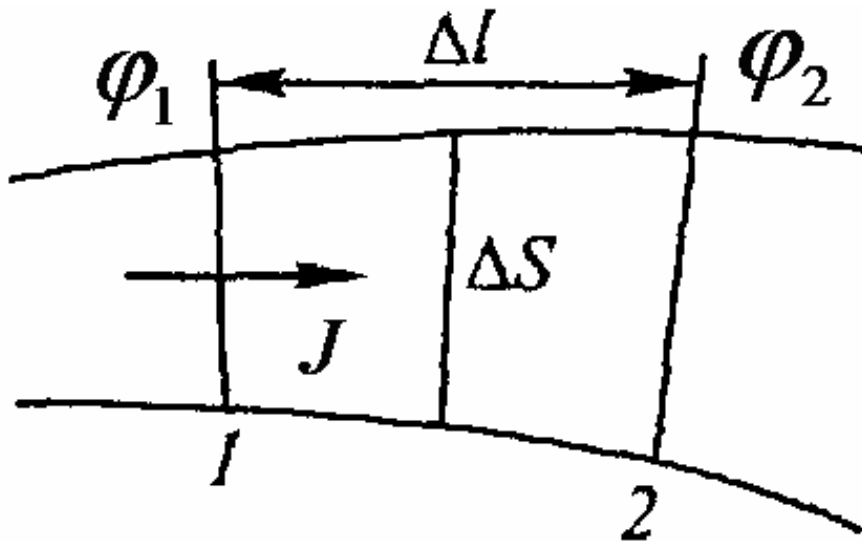
Figure 27.12 Resistance versus temperature for a sample of mercury (Hg). The graph follows that of a normal metal above the critical temperature T_c . The resistance drops to zero at T_c , which is 4.2 K for mercury.

Table 27.3

Critical Temperatures for Various Superconductors	
Material	$T_c(K)$
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	134
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92
Nb ₃ Ge	23.2
Nb ₃ Sn	18.05
Nb	9.46
Pb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

Закон Ома в дифференциальной форме.

Удельная электропроводность вещества.



$$I = J \Delta S = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho \frac{\Delta l}{\Delta S}} =$$

$$\frac{1}{\rho} \underbrace{\left(-\frac{d\varphi}{dl} \right)}_E \Delta S = \frac{1}{\rho} E \Delta S.$$

$$J = \frac{1}{\rho} E = \lambda E, \text{ где } \lambda = \frac{1}{\rho} -$$

удельная электропроводность.

В векторной форме

$$\vec{J} = \lambda \vec{E} -$$

Закон Ома в дифференциальной форме.

Отсутствие в однородном проводнике объемных зарядов.

Для стационарных токов

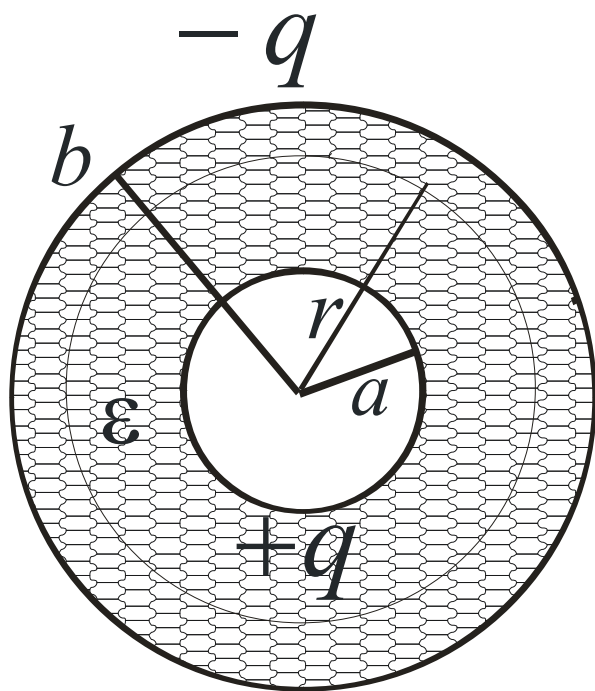
$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 = \operatorname{div}(\lambda \vec{E}) = \lambda \cdot \operatorname{div} \vec{E} + (\vec{E} \cdot \nabla \lambda).$$

Если $\lambda = \text{const}$, то $\nabla \lambda = 0$. Следовательно

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho_q / \varepsilon_0 = 0.$$

Стационарные токи и электрическое поле в сплошных средах.

а) сопротивление сферического конденсатора с утечкой



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{q}{r} - \frac{q}{b} \right),$$

$$\underbrace{\varphi_a - \varphi_b}_U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{q}{a} - \frac{q}{b} \right), \quad \frac{J}{\lambda} = E, \Rightarrow$$

$$q = 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2 \frac{J}{\lambda} = \frac{\epsilon_0\epsilon}{\lambda} I, \text{ где } I = 4\pi r^2 J.$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \frac{\epsilon_0\epsilon}{\lambda} I = R \cdot I, \text{ где сопротивление}$$

$$R = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right). \text{ Заметим, что емкость сферического конденсатора}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon / \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \text{ и } CR = \frac{\epsilon_0\epsilon}{\lambda} - \text{универсальное соотношение.}$$

b) сопротивление цилиндрического
конденсатора с утечкой
(см. [2, стр. 121]).