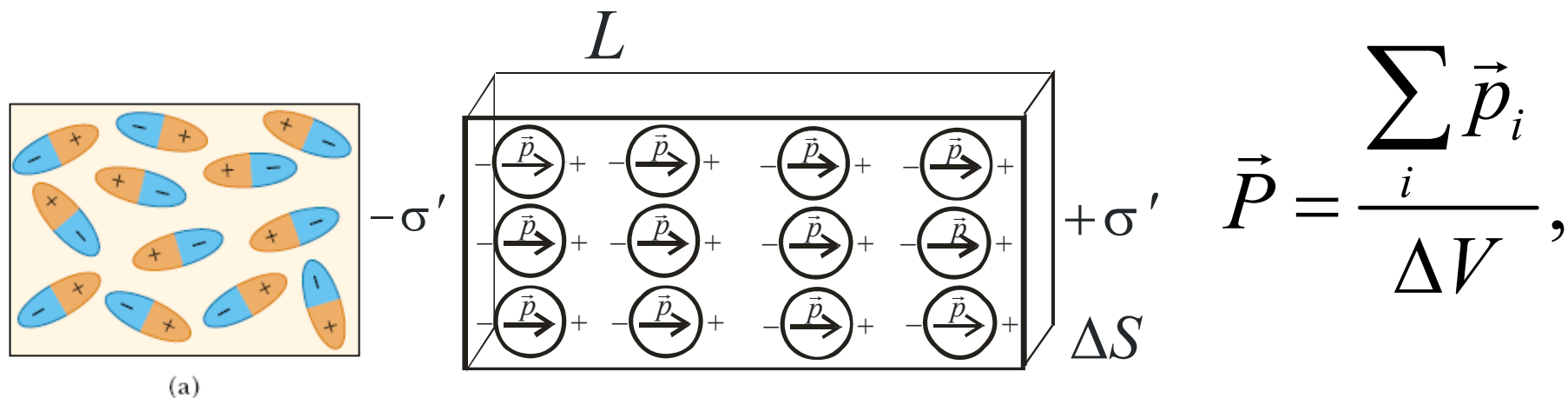


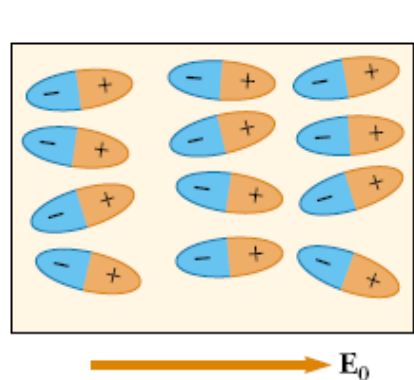
Лекция 5.

- Диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации. Связь вектора поляризации со связанными зарядами.
- Вектор электрической индукции в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость и диэлектрическая восприимчивость вещества. Материальное уравнение для векторов электрического поля.
- Теорема Остроградского – Гаусса для случая диэлектриков. Её дифференциальная форма.
- Граничные условия для векторов напряженности и электрической индукции.
- Диэлектрический шар в однородном электрическом поле

Для характеристики поляризации диэлектрика вводят вектор поляризации



$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V},$$

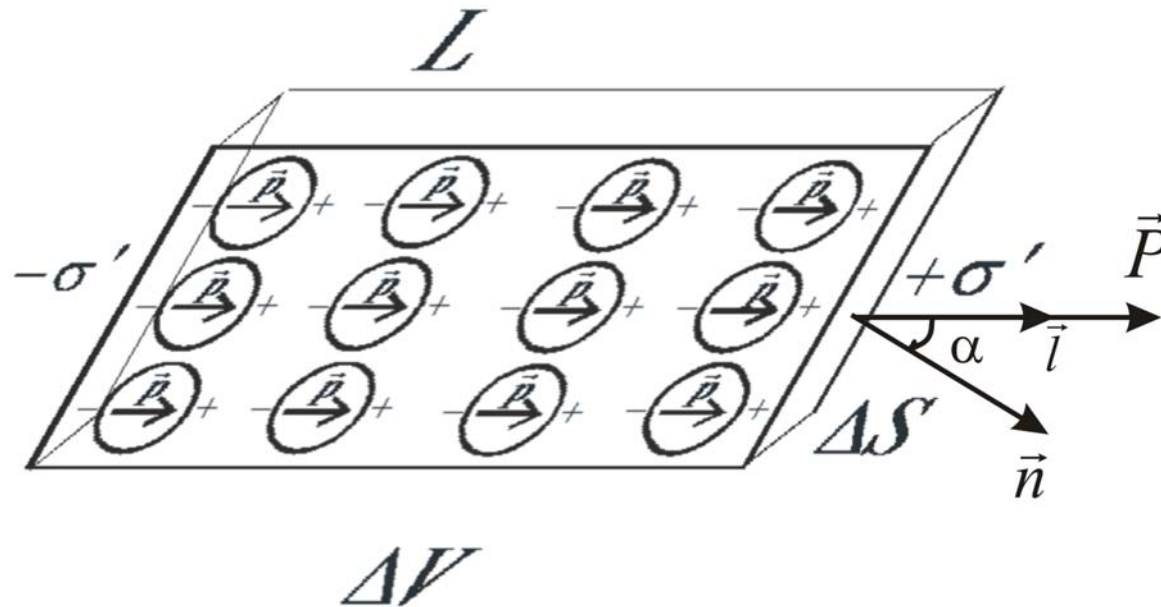


σ' - связанные заряды.

Из рисунка видно, что

$$P_n \Delta V = \sigma' \Delta S L, \text{ то есть } P_n = \sigma'$$

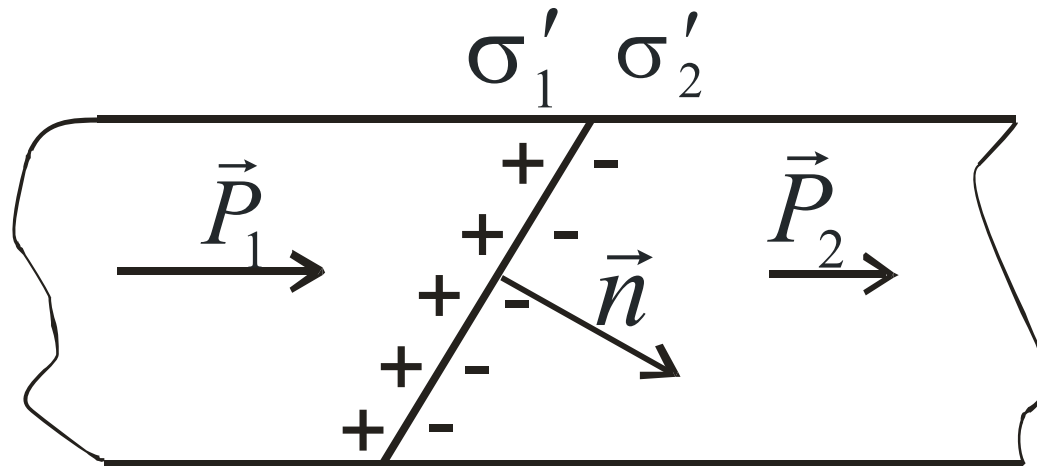
Связь вектора поляризации с
поверхностными связанными зарядами.



$$\vec{p} = q' L \vec{l} = \sigma' \Delta S L \vec{l};$$

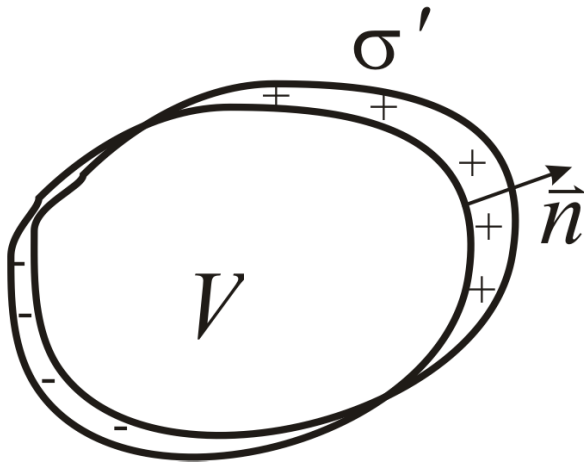
$$\vec{p} = \vec{P} \Delta V = \vec{P} \Delta S L \cos \alpha = \underbrace{(\vec{P} \vec{n})}_{P_n} \vec{l} \Delta S L; \quad \Rightarrow \sigma' = (\vec{P} \vec{n}) = P_n;$$

Для границы двух диэлектриков имеем $\sigma' = \sigma'_1 - \sigma'_2 =$



$$P_{1n} - P_{2n} = -\vec{n}(\vec{P}_2 - \vec{P}_1).$$

Связь вектора поляризации с
объемными связанными зарядами.



$$\oint_{S_V} \sigma' dS = -Q'_V = -\int_V \rho' dV;$$

$$\oint_{S_V} \sigma' dS = \oint_{S_V} \vec{P} \vec{n} dS = \oint_{S_V} \vec{P} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{P} dV;$$

$$\oint_{S_V} \vec{P} d\vec{S} = -Q'_V,$$

$$\operatorname{div} \vec{P} = -\rho'.$$

Для объемной плотности связанных зарядов справедливы соотношения

$$\oint_{S_V} \vec{P} d\vec{S} = - \int_V \rho' dV,$$

$$\operatorname{div} \vec{P} = -\rho'.$$

Вектор электрической индукции (смещения) в диэлектрике определяется равенством

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Материальное уравнение для векторов электрического поля.

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{или} \quad \vec{D} = \vec{D}(\vec{E}).$$

Для многих сред эту связь можно представить в виде

$$P_i = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} E_j + \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \alpha_{ijk} E_j E_k,$$

где α_{ij} – тензор линейной восприимчивости,

α_{ijk} – тензор нелинейной восприимчивости.

Диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость вещества.

Для изотропного диелектрика $\alpha_{ij} = \delta_{ij}\alpha$,

тогда имеем

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \alpha \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

где по определению $\varepsilon = 1 + \alpha$, –

относительная диэлектрическая

проницаемость вещества.

Теорема Остроградского – Гаусса
для случая диэлектриков в
дифференциальной и интегральной
форме.

$$\operatorname{div} \vec{D} = \varepsilon_0 \underbrace{\operatorname{div} \vec{E}}_{\frac{\rho + \rho'}{\varepsilon_0}} + \underbrace{\operatorname{div} \vec{P}}_{-\rho'} = \rho;$$

Дифференциальная форма - $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$.

Интегральная форма - $\int_{S_V} \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$.

**Система полевых уравнений электростатики в
бесконечной изотропной диэлектрической среде.**

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \operatorname{rot} \vec{E} = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \oint_{S_V} \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV, \\ \oint \vec{E} d\vec{l} = 0. \end{cases}$$

Для изотропной среды $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, тогда

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \oint_{S_V} \vec{E} d\vec{S} = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \\ \oint \vec{E} d\vec{l} = 0. \end{cases}$$

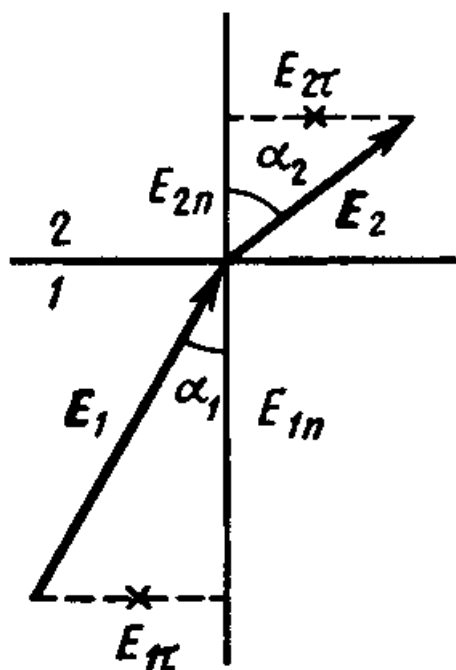
Из приведенных выше уравнений следует, что в изотропном бесконечном диэлектрике напряженность электрического поля, создаваемая свободными зарядами будет меньше в ε раз по сравнению с напряженностью поля создаваемыми этими же зарядами в вакууме. ε_0

Граничные условия для векторов напряженности и электрической индукции

$$\begin{cases} D_{n_2} - D_{n_1} = \sigma, \\ E_{\tau_2} - E_{\tau_1} = 0. \end{cases}$$

где σ – плотность свободных поверхностных зарядов на границе двух диэлектриков.

Преломление линий E и D.



$$E_{2\tau} = E_{1\tau}, \quad \varepsilon_2 E_{2n} = \varepsilon_1 E_{1n}.$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{E_{2\tau}/E_{2n}}{E_{1\tau}/E_{1n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Если $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, то $\alpha_2 > \alpha_1$

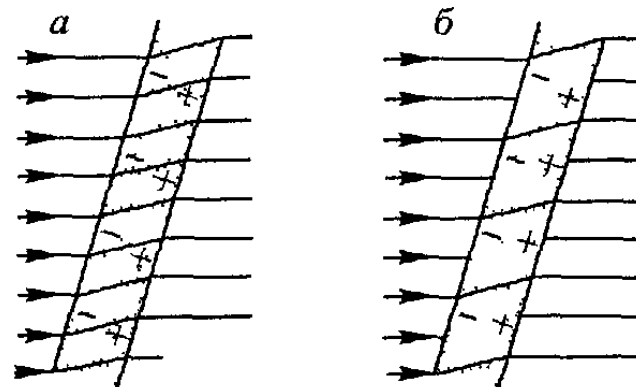
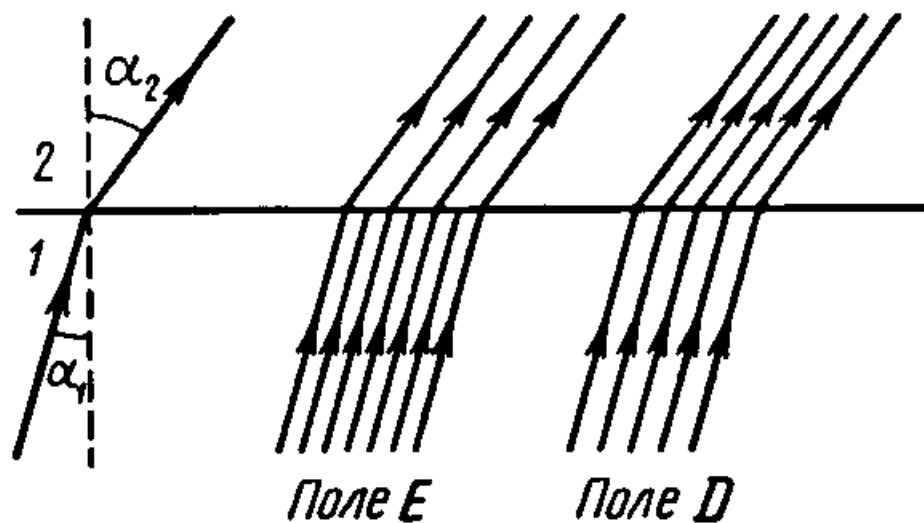


Рис 58 Линии смещения (а) и линии напряженности (б) в пластине диэлектрика

Электрическое поле однородно поляризованного диэлектрического шара.

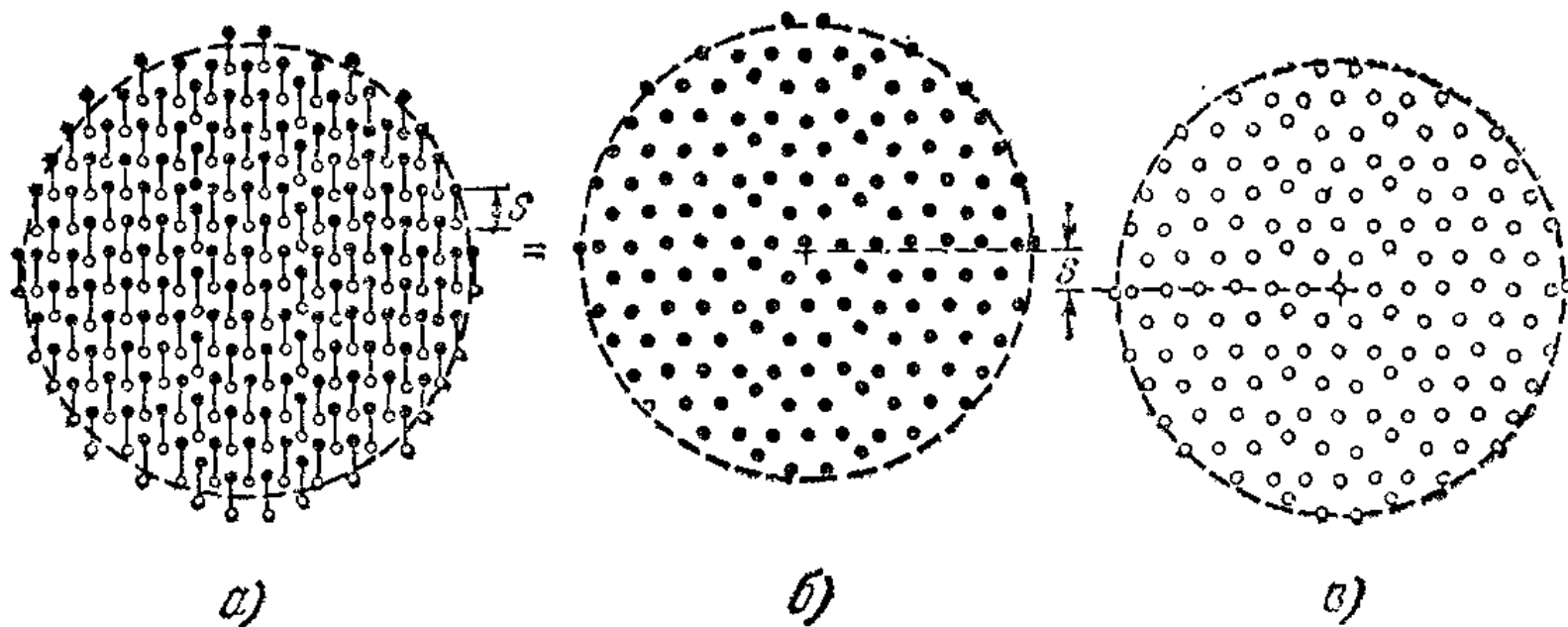
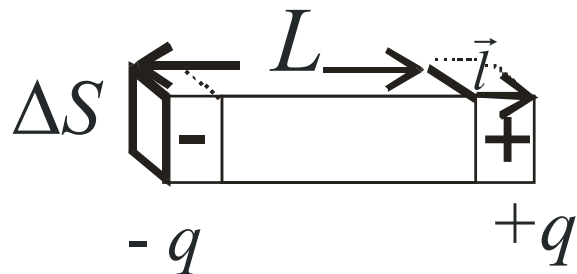


Рис. 9.25. Сфера с ориентированными молекулярными диполями (а) эквивалентна двум наложенным друг на друга несколько смещенным сферам, с положительными (б) и с отрицательными зарядами (в).

Электрическое поле однородно поляризованного диэлектрического шара.



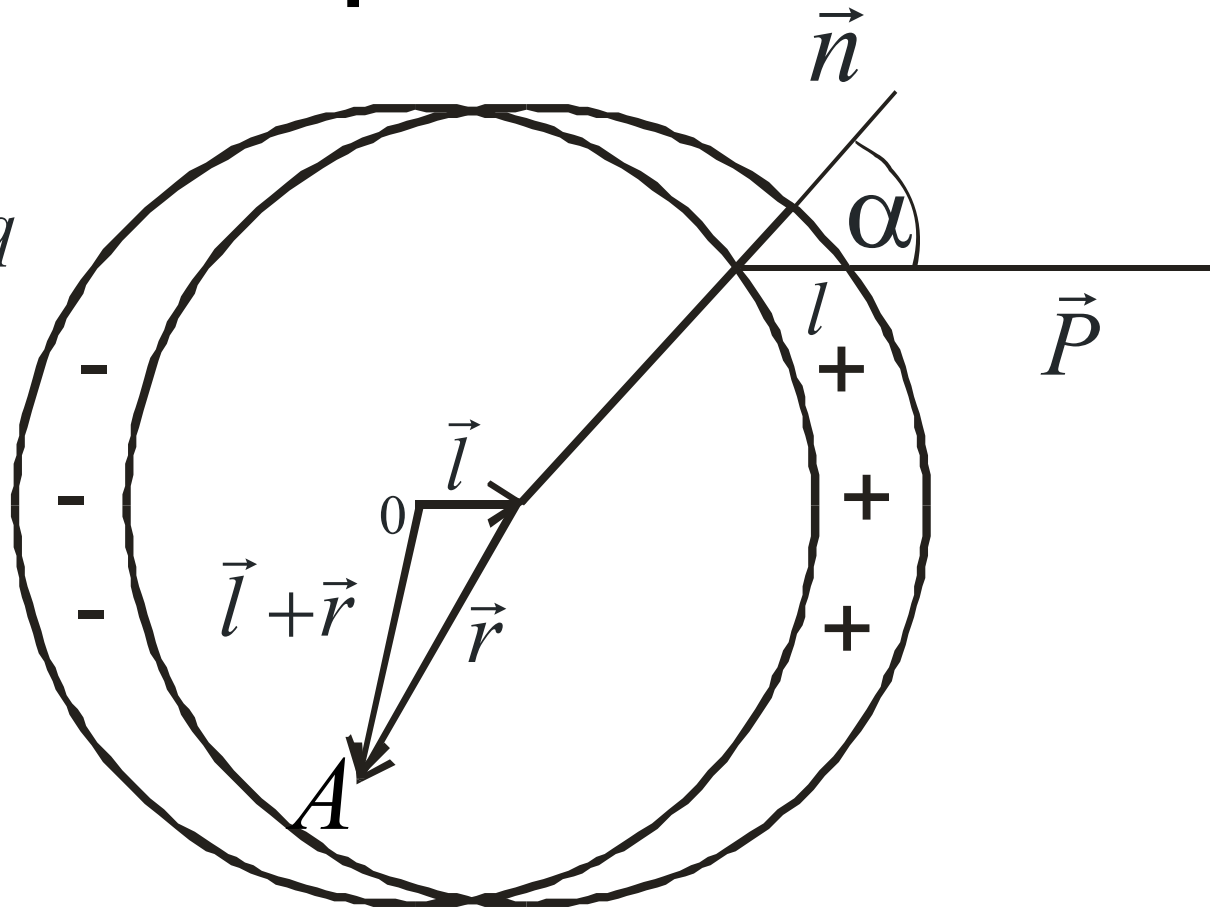
$$p = qL =$$

$$= \rho \Delta S |\vec{l}| L =$$

$$= \rho |\vec{l}| \Delta S L =$$

$$= |\vec{P}| \Delta V. \Rightarrow$$

$$\vec{P} = \rho \vec{l}.$$

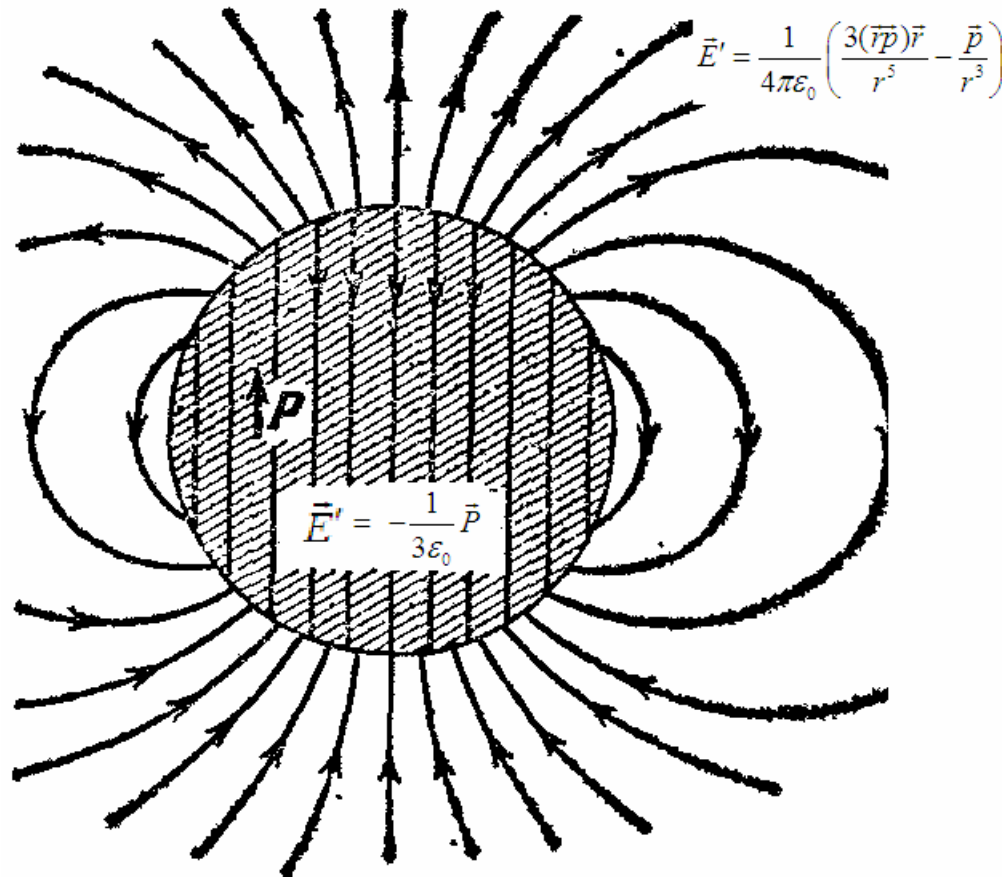


Поле внутри шара

$$\vec{E}'_A = \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho \vec{r} - \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho(\vec{r} + \vec{l}) = -\frac{1}{3\varepsilon_0} \rho \vec{l} = -\frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P},$$

Поле вне шара совпадает с полем диполя

$$\vec{p} = V_{\text{шара}} \vec{P} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{шара}}^3 \rho \vec{l}, \text{ то есть } \vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{3(\vec{r}\vec{p})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right),$$



Диэлектрический шар в однородном электрическом поле

$$\vec{E}'_A = \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho \vec{r} - \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho (\vec{r} + \vec{l}) = -\frac{1}{3\varepsilon_0} \rho \vec{l} = -\frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P},$$

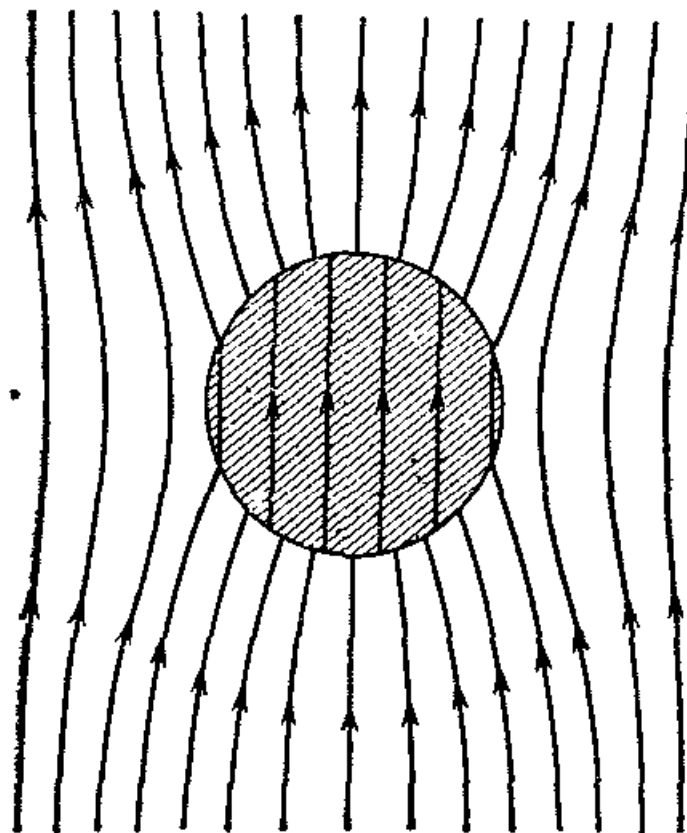
$$\vec{P} = \varepsilon_0 \underbrace{\alpha}_{\varepsilon-1} \underbrace{(\vec{E}_0 + \vec{E}')}_{\vec{E}}, \Rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \left(\vec{E}_0 - \frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P} \right),$$

$$\vec{P} = 3\varepsilon_0 \frac{\alpha}{3 + \alpha} \vec{E}_0 = 3\varepsilon_0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \vec{E}_0.$$

$\sigma' = P_n = P \cos \alpha$. Дипольный момент шара:

$$\vec{p} = \vec{P} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi\varepsilon_0 R^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \vec{E}_0, \text{ где } R - \text{ радиус}$$

шара. При $\varepsilon \rightarrow \infty$ - проводящий шар.

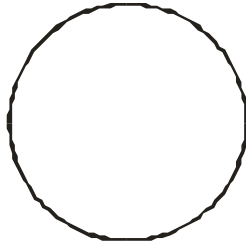


Полное поле E
внутри и снаружи шара из
диэлектрика.

Фактор формы

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = \vec{E}_0 - \frac{N}{\epsilon_0} \vec{P},$$

где N – Фактор формы.

Для шара $N = \frac{1}{3}$. $\xrightarrow{\vec{E}_0}$ 

Для бесконечной пластины:

если $\vec{E}_0 \perp$ плоскости пластины $N = 1$, $\xrightarrow{\vec{E}_0}$ 

если $\vec{E}_0 \parallel$ плоскости пластины $N = 0$. $\xrightarrow{\vec{E}_0}$ 