

Лекция 22.

- Основные положения классической электронной теории проводимости Друде – Лоренца. Опыты Толмена и Стюарта. Законы Ома, Джоуля – Ленца и Видемана – Франца в классической теории.
- Понятие о зонной теории твердых тел. Энергетические уровни и формирование энергетических зон. Принцип Паули. Статистика Ферми-Дирака. Особенности зонной структуры диэлектриков, полупроводников и металлов. Объяснение проводимости твердых тел с помощью зонной теории.

Опыты Толмена и Стюарта (1916г.).

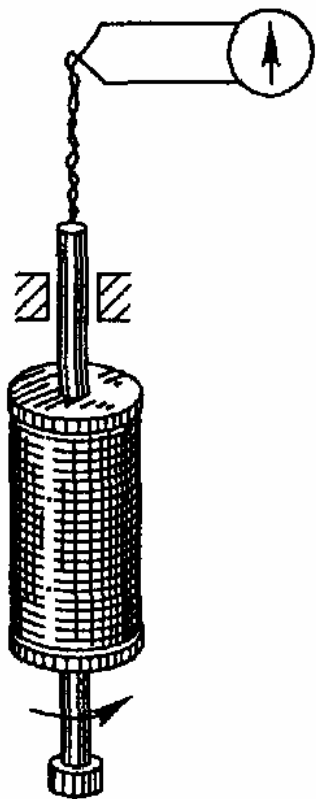


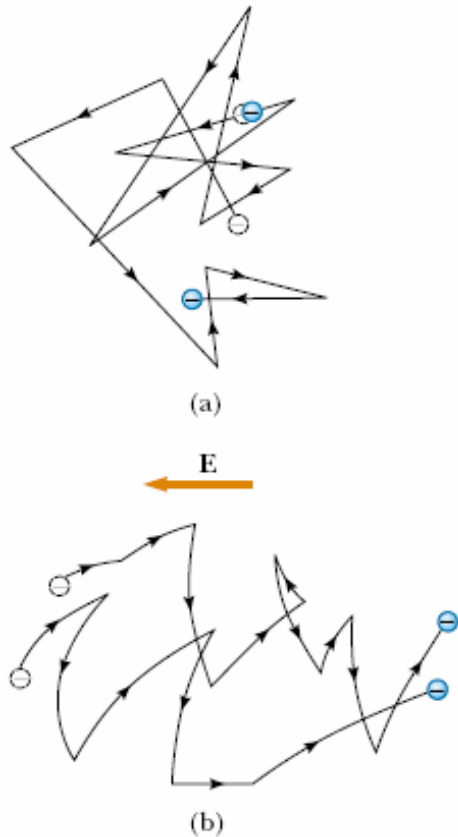
Схема
опыта Толмена и
Стюарта

$$F_{\text{и}} = -m \frac{dv}{dt}; \quad E_{\text{стоп.}} = \frac{F_{\text{и}}}{e} = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt},$$

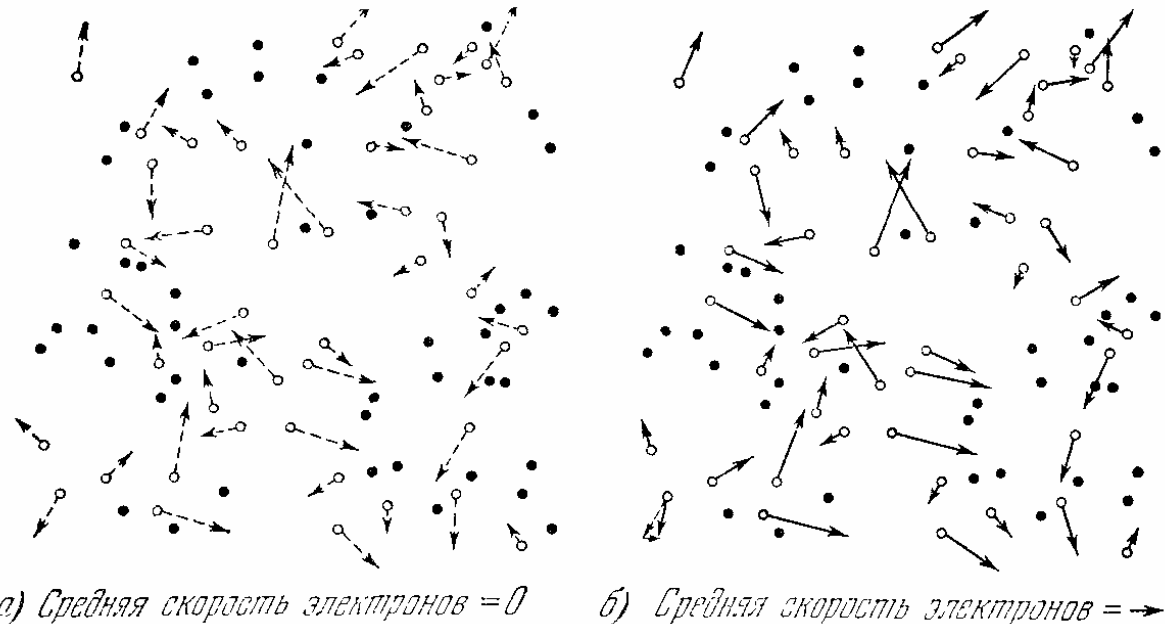
$$\mathcal{E} = \int_L E_{\text{стоп.}} dl = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt} L, \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt} \frac{L}{R}.$$

$$q = \int_{I_0}^0 Idt = \frac{m}{e} \frac{L}{R} v_0.$$

Основные положения классической электронной теории проводимости Друде – Лоренца.



(a) A schematic diagram of the random motion of two charge carriers in a conductor in the absence of an electric field. The drift velocity is zero. (b) The motion of the charge carriers in a conductor in the presence of an electric field. Note that the random motion is modified by the field, and the charge carriers have a drift velocity.



а) Хаотическое распределение примерно равного числа электронов (светлые кружки) и положительных ионов (черные кружки). Скорости электронов показаны векторами и в (а) совершенно случайны. В (б) существует дрейф вправо, представленный вектором скорости →. Эта скорость добавлена к каждой первоначальной скорости электрона, как показано для одного из электронов в левом нижнем углу.

$$\vec{J} = en \langle \vec{v} \rangle, \quad \text{где} \quad \langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \underbrace{(2\vec{v}_{i0} + \frac{e\vec{E}}{m} t_i)}_{\vec{v}_{i, \text{cp.}} = (\vec{v}_{i0} + \vec{v}_i)/2}.$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \vec{v}_{i0} = 0, \quad \langle \vec{v} \rangle = \frac{e\vec{E}}{m} \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i}_{\tau} = \frac{e\vec{E}}{2m} \tau.$$

Законы Ома и Джоуля – Ленца.

$$\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n n_j t_j - \text{среднее время между соударениями.}$$

Здесь n_j – число частиц из n , имеющих время между столкновениями t_i .

$$\vec{J} = en \frac{e\vec{E}}{2m} \tau = \underbrace{\frac{ne^2\tau}{2m}}_{\lambda} \vec{E} = \lambda \vec{E} - \text{закон Ома.}$$

Пусть n_i – число частиц в ед. объема, имеющие время между столкновениями t_i .

Энергия приобретаемая этими частицами за время t_i равна

$$\sum_{i=1}^{n_i} \left(\frac{m(\vec{v}_{i0} + \Delta\vec{v}_i)^2}{2} - \frac{mv_{i0}^2}{2} \right) = \sum_{i=1}^{n_i} \left(\frac{m}{2} (\vec{v}_{i0}^2 + \underbrace{2\vec{v}_{i0} \cdot \Delta\vec{v}_i}_{=0} + \underbrace{\Delta\vec{v}_i^2}_{e\vec{E}t_i/m}) - \frac{mv_{i0}^2}{2} \right) = n_i \frac{m}{2} \frac{e^2 E^2 t_i^2}{m^2}$$

Эта энергия в результате столкновения с ионами переходит в тепло. За ед. времени число столкновений с ионами таких частиц равно $1/t_i$. Следовательно, энергия приобретенная n_i частицами за 1с равна

$$\frac{n_i}{t_i} \frac{mv_i^2}{2} = \frac{m}{2} \frac{e^2 E^2 n_i t_i}{m^2} = \frac{e^2 E^2}{2m} n_i t_i.$$

Энергия приобретаемая от электрического поля всеми электронами в единице объема за 1с и переходящая в тепло в результате столкновений с ионами будет равна

$$Q = \sum_i \frac{e^2 E^2}{2m} n_i t_i = \frac{ne^2 E^2}{2m} \underbrace{\frac{1}{n} \sum_i n_i t_i}_{\tau} = \frac{ne^2 E^2}{2m} \tau = \lambda E^2 -$$

закон Джоуля-Ленца.

Закон Видемана – Франца в классической теории.

В 1853 году Видеман и Франц установили, что для металлов $\chi/\lambda = aT$, где постоянная a не зависит от рода металла. То есть металлы, имеющие большую электропроводность, имеют и большую теплопроводность. Классическая электронная теория Друде-Лоренца объясняет этот феноменологический закон.

$$\vec{J}_Q = \chi \nabla T,$$

где $\chi = n c_v v_T \langle l \rangle / 3$, где $\langle l \rangle = v_T \tau$, $c_v = 3k_B / 2$ – теплоемкость, приходящая на один электрон.

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{n c_v v_T^2 \tau / 3}{n e^2 \tau / 2m} = \frac{2}{3} \frac{m v_T^2}{e^2} c_v = \left| v_T^2 = \frac{3k_B T}{m} \right| = 3 \underbrace{\frac{k_B^2}{e^2}}_a T = aT.$$

Трудности классической электронной теории.

$$1) \rho = \frac{1}{\lambda} = \frac{2m}{ne^2} \frac{1}{\tau} = \frac{2m}{ne^2} \frac{v_T}{\langle l \rangle} = \frac{2m}{ne^2} \frac{\sqrt{3k_B T / m}}{\sqrt{2} n \sigma} \sim \sqrt{T},$$

а не $\sim T$ ($\rho = \rho_0(1 + \alpha T)$).

$$2) U = i \frac{k_B T}{2} N, \quad C_v = \frac{\partial U}{\partial T} = i \frac{k_B}{2} N, \text{ где } i = n_{\text{нос}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{кол}}.$$

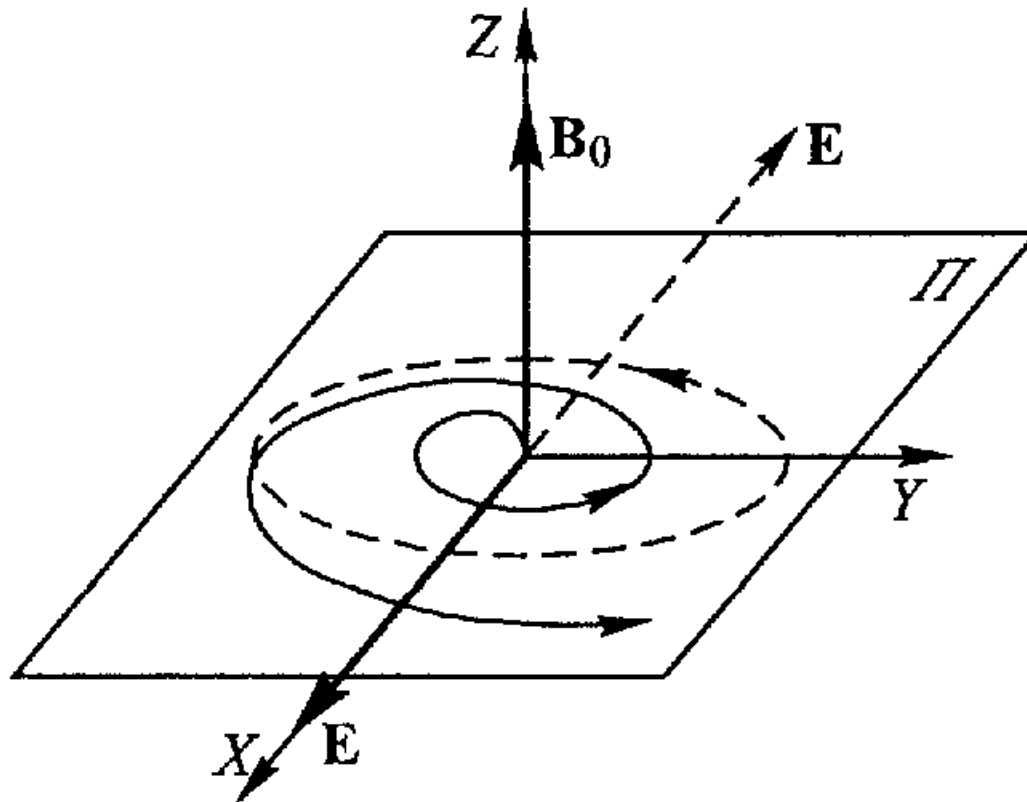
$$C_v = C_{v \text{ ионов}} + C_{v \text{ электронов}} = 2 \cdot 3 \frac{k_B}{2} N + 3 \frac{k_B}{2} N = 4,5 \frac{k_B}{2} N.$$

Экспериментальное значение: $C_v = 3k_B N$.

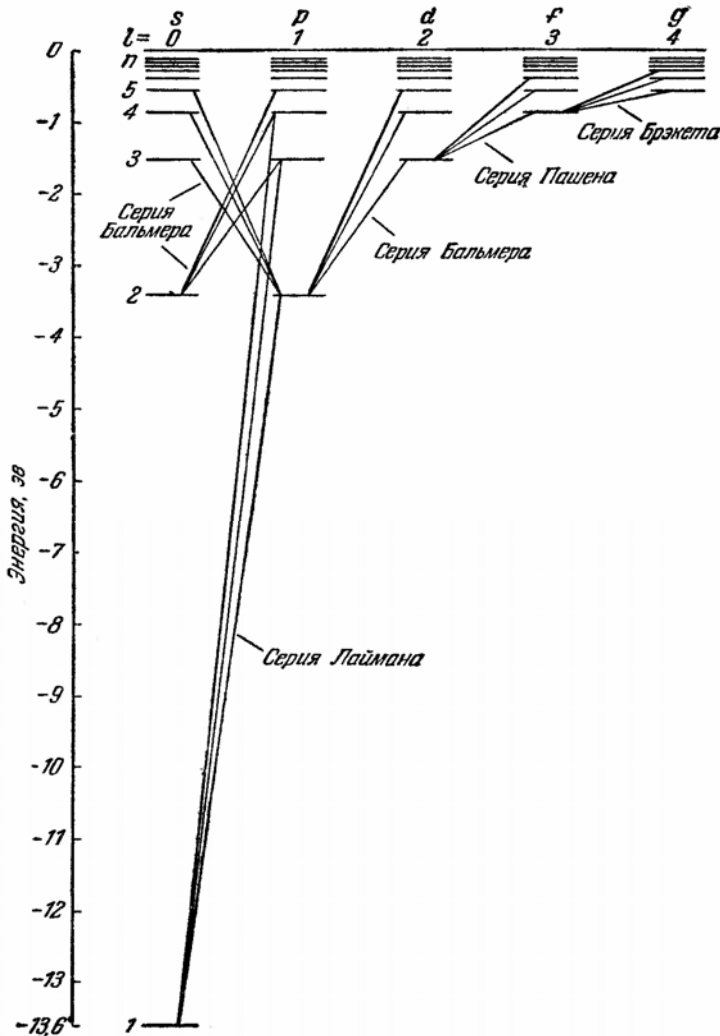
3) Экспериментальные значения для средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ составляет десятки периодов кристаллической решетки.

4) Значение эффективной массы электрона проводимости в металле, полученное на основании данных циклотронного резонанса оказалось меньше массы свободного электрона.

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{q}{m^*} B, \text{ где } m^* < m_e$$



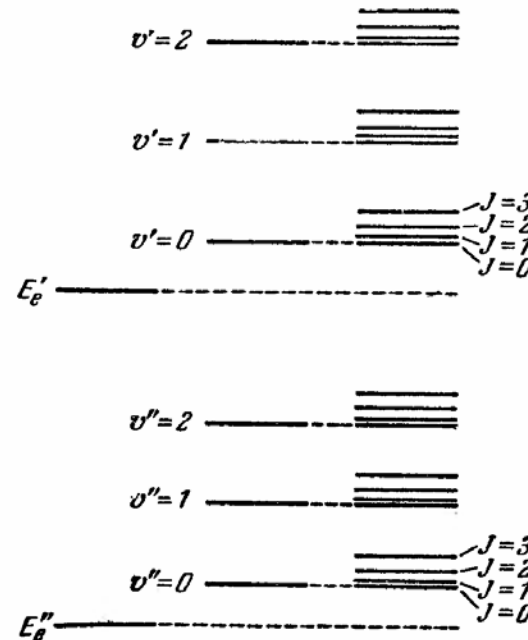
Поведение электронов в металлах подчиняются законам квантовой или волновой механики. Движение электронов подобно волновому движению материи и описывается волновой функцией, определяемой квантовомеханическим уравнением Шредингера. Рассмотрим основные особенности квантовомеханических систем.



Энергетический спектр атома водорода.

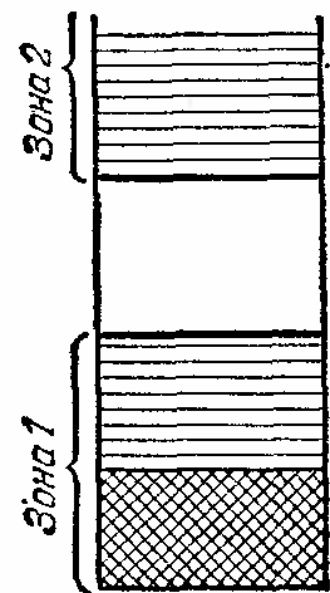
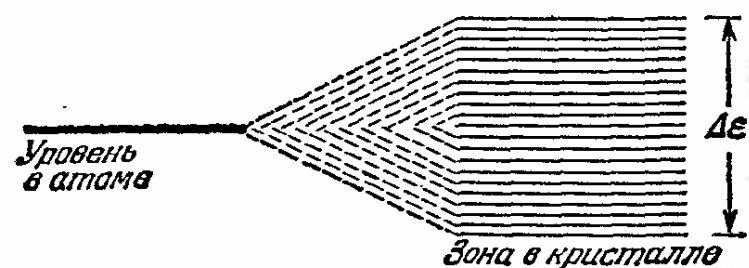
$$W_n, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots \quad P_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n^2 dV.$$

$$\Psi_n(x, y, z, t) = \Psi_{n,l,m,s}.$$

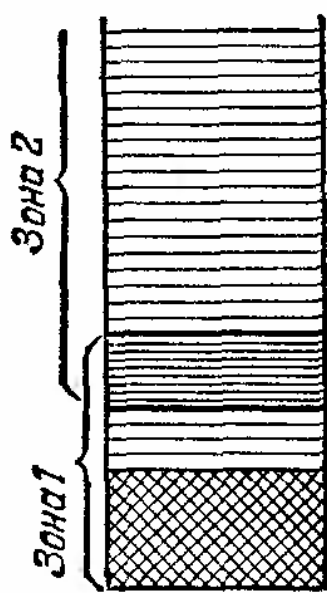


Энергетический спектр молекул.

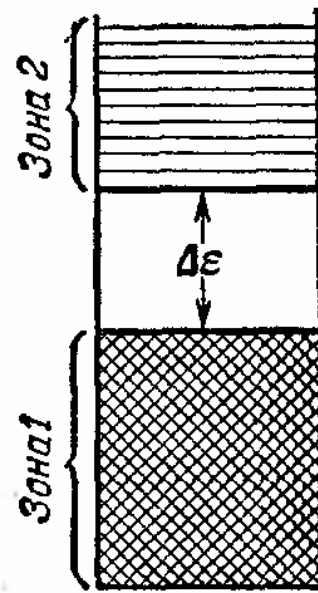
Понятие о зонной теории твердых тел. Энергетические уровни и формирование энергетических зон.



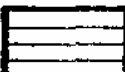
а)

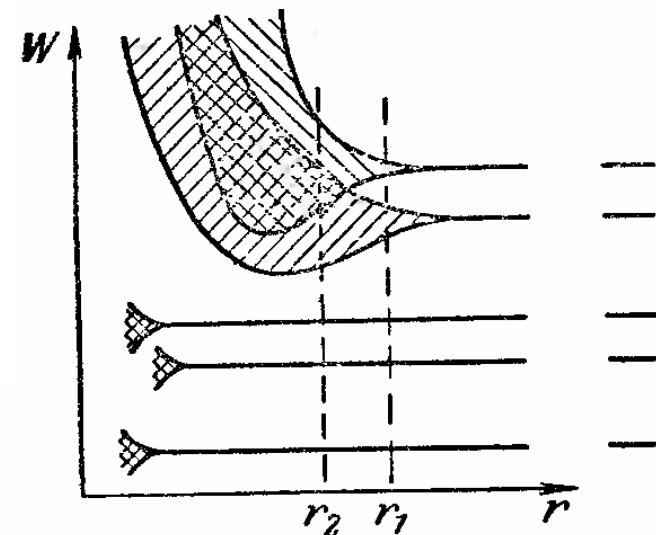


б)

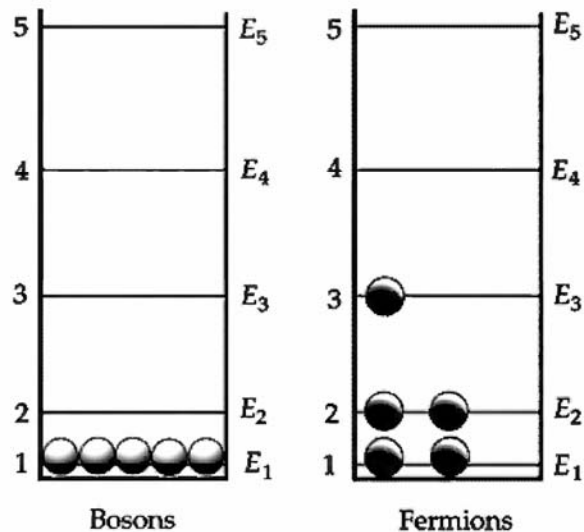


в)

 Свободная зона
  Заполненная зона
  Запрещенная зона



Принцип Паули. Статистика Ферми-Дирака.



Число частиц в ед. объема, имеющих импульс в интервале

$$p_x, p_x + dp_x; p_y, p_y + dp_y; p_z, p_z + dp_z,$$

равно $dn = f(W)dp_x dp_y dp_z$, где

$f(W) = Ae^{-\frac{W}{k_B T}}$ – плотность распределения частиц по импульсам. В квантовой

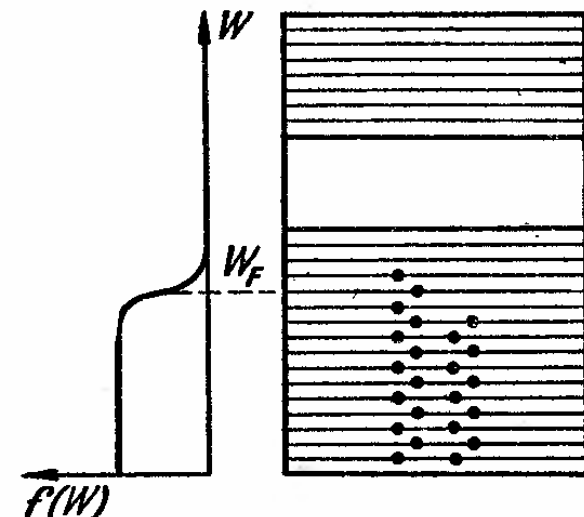
статистике число микросостояний конечно

$$dZ = 2 \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}; \Rightarrow dn = f(W)dZ,$$

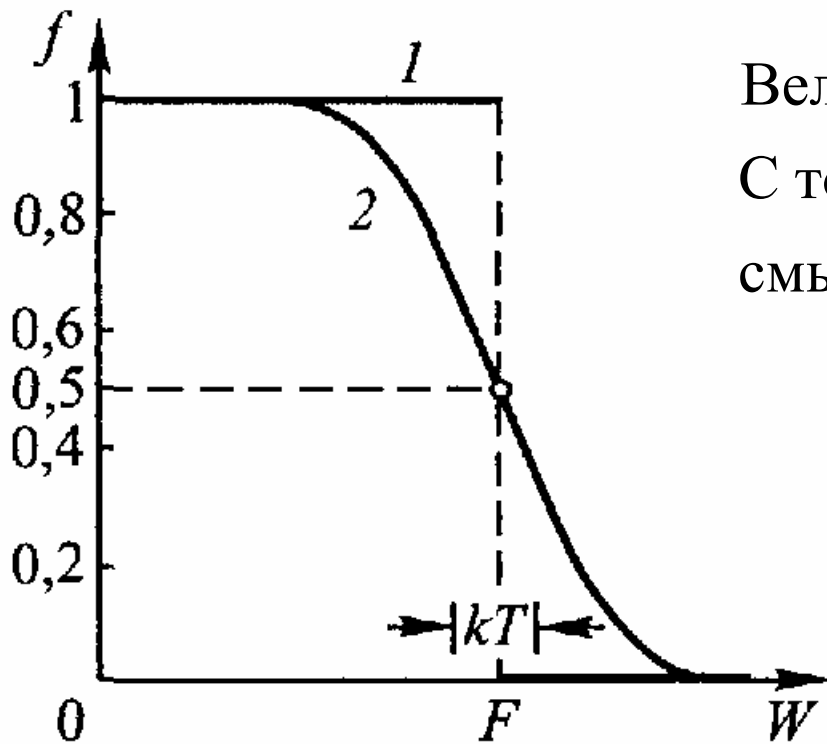
где для ферми частиц

$$f(W) = \frac{1}{1 + \exp[(W - F) / k_B T]}$$

–распределение Ферми-Дирака



Если $(W - F) / k_B T \gg 1$, то $f(W) = \underbrace{e^{-\frac{F}{k_B T}}}_A e^{-\frac{W}{k_B T}}$



Величина F называется энергия Ферми.
С точки зрения термодинамики имеет
смысл химического потенциала

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S,V}$$

В металлах $F = (1 - 6) \text{ эВ}$.

При комнатной температуре
 $k_B T = 0,03 \text{ эВ}$.

Функция Ферми-Дирака
1 — $T = 0$, 2 — $T \neq 0$

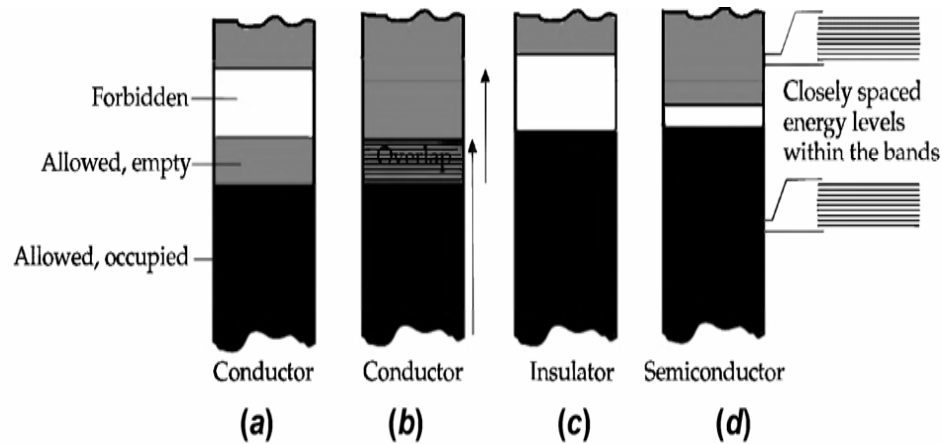
Для меди $\frac{k_B T}{F} = 0,004$.

Число электронов участвующих в тепловом движении мало,
поэтому $C_v = 3k_B N$.

$$\rho = \frac{1}{\lambda} = \frac{2m}{ne^2} \frac{v_T}{\langle l \rangle}; v_T = v_F, \text{ где } F = mv_F^2 / 2,$$

$$\frac{1}{\langle l \rangle} = \frac{1}{l_{fl}} + \frac{1}{l_{nr}}; \frac{1}{l_{fl}} \sim T, l_{nr} = const; \Rightarrow \rho = \rho_0 + \alpha T.$$

Особенности зонной структуры диэлектриков, полупроводников и металлов. Объяснение проводимости твердых тел с помощью зонной теории.



Происхождение эффективной массы электронов.

$$W = U + \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = W(\vec{p}).$$

В металле вблизи дна зоны проводимости
(p отсчитывается от p_c)

$$W = W(\vec{p}) = W(\underbrace{\vec{0}}_{\vec{p}-\vec{p}_c}) + \frac{1}{2!} \underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_x^2}}_{1/m_x^*} p_x^2 + \frac{1}{2!} \underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_y^2}}_{1/m_y^*} p_y^2 + \frac{1}{2!} \underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_z^2}}_{1/m_z^*} p_z^2 + \dots$$

Объяснение закона Видемана-Франца в рамках квантовых представлений.

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{2}{3} \frac{mv_T^2}{e^2} c_V, \quad \text{где} \quad \frac{mv_T^2}{2} = F, \quad c_V = \frac{12}{5} k_B \frac{k_B T}{F}$$
$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{4}{3} \frac{mv_T^2 / 2}{e^2} c_V = \frac{4}{3} \frac{F}{e^2} \frac{12}{5} k_B \frac{k_B T}{F} = \underbrace{\frac{16}{5} \frac{k_B^2}{e^2}}_a T.$$