Лекция 22.

- Основные положения классической электронной теории проводимости Друде – Лоренца. Опыты Толмена и Стюарта. Законы Ома, Джоуля – Ленца и Видемана – Франца в классической теории.
- Понятие о зонной теории твердых тел. Энергетические уровни и формирование энергетических зон. Принцип Паули. Статистика Ферми-Дирака. Особенности зонной структуры диэлектриков, полупроводников и металлов. Объяснение проводимости твердых тел с помощью зонной теории.

Опыты Толмена и Стюарта (1916г.).

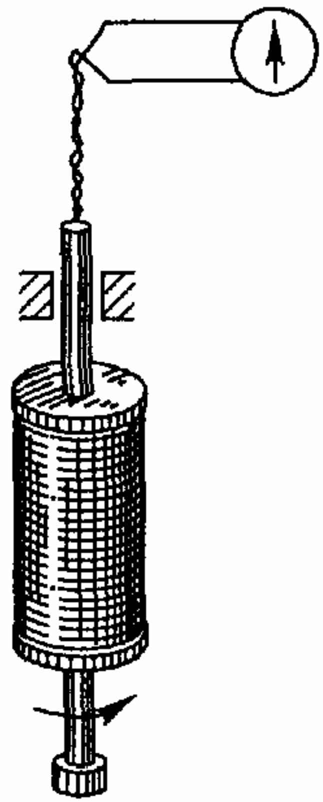


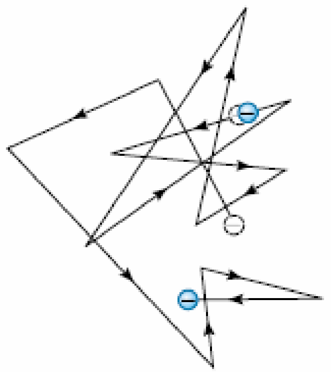
Схема опыта Толмена и Стюарта

$$F_{\text{и}} = -m\frac{dv}{dt}; \quad E_{\text{стор.}} = \frac{F_{\text{и}}}{e} = -\frac{m}{e}\frac{dv}{dt},$$

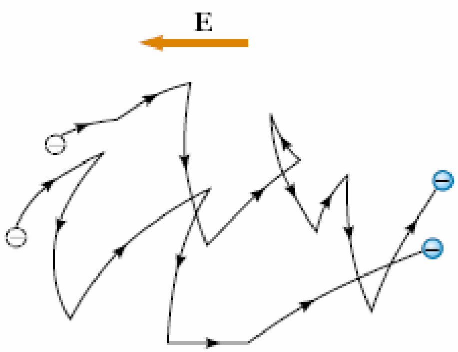
$$\mathscr{E} = \int_L E_{\text{стор.}} dl = -\frac{m}{e}\frac{dv}{dt}L, \quad I = \frac{\mathscr{E}}{R} = -\frac{m}{e}\frac{dv}{dt}\frac{L}{R}.$$

$$q = \int_{I_0}^{0} I dt = \frac{m}{e}\frac{L}{R}v_0.$$

Основные положения классической электронной теории проводимости Друде – Лоренца.

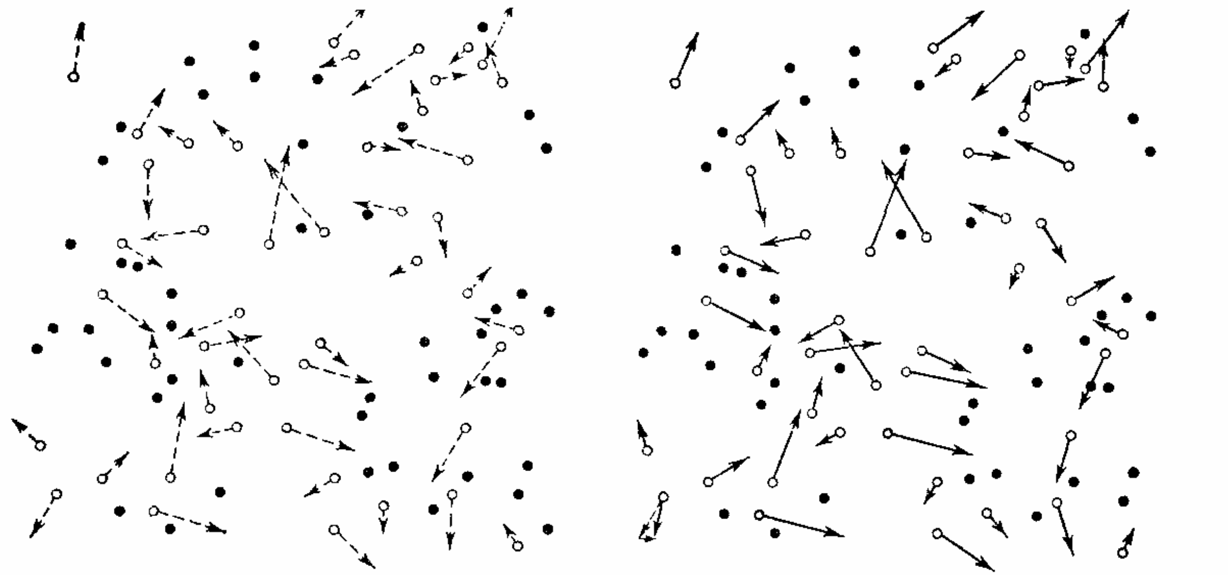


(a)



(b)

(a) A schematic diagram of the random motion of two charge carriers in a conductor in the absence of an electric field. The drift velocity is zero. (b) The motion of the charge carriers in a conductor in the presence of an electric field. Note that the random motion is modified by the field, and the charge carriers have a drift velocity.



а) Средняя скорость электронов = 0 б) Средняя скорость электронов = →

а) Хаотическое распределение примерно равного числа электронов (светлые кружки) и положительных ионов (черные кружки). Скорости электронов показаны векторами и в (*а*) совершенно случайны. В (*б*) существует дрейф вправо, представленный вектором скорости→. Эта скорость добавлена к каждой первоначальной скорости электрона, как показано для одного из электронов в левом нижнем углу.

$$\vec{J} = en < \vec{v} >, \quad \text{где} \quad < \vec{v} > = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \underbrace{\frac{1}{2}\left(2\vec{v}_{i0} + \frac{e\vec{E}}{m} t_i\right)}_{\vec{v}_{i,cp.} = (\vec{v}_{i0} + \vec{v}_i)/2}.$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}\vec{v}_{i0} = 0, \quad < \vec{v} > = \frac{e\vec{E}}{m}\underbrace{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i}_{\tau} = \frac{e\vec{E}}{2m}\tau.$$

Законы Ома и Джоуля – Ленца.

$$\tau = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1} n_j t_j - \text{ среднее время между соударениями.}$$

Здесь n_j – число частиц из n, имеющих время межу столкновениями t_i.

$$\vec{J} = en\frac{e\vec{E}}{2m}\tau = \underbrace{\frac{ne^2\tau}{2m}}_{\lambda}\vec{E} = \lambda\vec{E} - \text{закон Ома.}$$

Пусть n_i – число частиц в ед. обьъема, имеющие время между столкновениями t_i.

Энергия приобретаемая этими частицами за время t_i равна

$$\sum_{i=1}^{n_i}\left(\frac{m(\vec{v}_{i0} + \Delta\vec{v}_i)^2}{2} - \frac{mv_{i0}^2}{2}\right) = \sum_{i=1}^{n_i}\left(\frac{m}{2}(\vec{v}_{i0}^2 + \underbrace{2\vec{v}_{i0}}_{=0}\cdot\underbrace{\Delta\vec{v}_i}_{e\vec{E}t_i/m} + \vec{v}_i^2) - \frac{mv_{i0}^2}{2}\right) = n_i\frac{m}{2}\frac{e^2E^2t_i^2}{m^2}$$

Эта энергия в результате столкновения с ионами переходит в тепло. За ед. времени число столкновений с ионами таких частиц равно $1/t_i$. Следовательно, энергия приобретенная n_i частицами за 1с равна

$$\frac{n_i}{t_i}\frac{mv_i^2}{2} = \frac{m}{2}\frac{e^2E^2n_it_i}{m^2} = \frac{e^2E^2}{2m}n_it_i.$$

Энергия приобретаемая от электрического поля всеми электронами в единице объема за 1с и переходящая в тепло в результате столкновений с ионами будет равна

$$Q = \sum_i \frac{e^2 E^2}{2m} n_i t_i = \frac{ne^2 E^2}{2m} \underbrace{\frac{1}{n} \sum_i n_i t_i}_{\tau} = \frac{ne^2 E^2}{2m} \tau = \lambda E^2 -$$

закон Джоуля-Ленца.

Закон Видемана – Франца в классической теории.

В 1853 году Видеман и Франц установили, что для металлов $\chi/\lambda = aT$, где постоянная a не зависит от рода металла. То есть металлы, иемющие большую электропроводность, имеют и большую теплопроводность. Классическая электронная теория Друде-Лоренца объясняет этот феномелогический закон.

$$\vec{J}_Q = \chi \nabla T,$$

где $\chi = n c_v v_T < l > /3$, где $< l > = v_T \tau, c_v = 3k_Б / 2$ – теплоемкость, приходящая на один электрон.

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{n c_V v_T^2 \tau / 3}{n e^2 \tau / 2m} = \frac{2}{3} \frac{m v_T^2}{e^2} c_V = \left| v_T^2 = \frac{3k_Б T}{m} \right| = \underbrace{3 \frac{{k_Б}^2}{e^2}}_{a} T = aT.$$

Трудности классической электронной теории.

1) $\rho = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{2m}{ne^2}\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{2m}{ne^2}\dfrac{v_T}{<l>} = \dfrac{2m}{ne^2}\dfrac{\sqrt{3k_Б T/m}}{\sqrt{2}n\sigma} \sim \sqrt{T},$

а не $\sim T \quad (\rho = \rho_0(1+\alpha T))$.

2) $U = i\dfrac{k_Б T}{2}N,\ C_v = \dfrac{\partial U}{\partial T} = i\dfrac{k_Б}{2}N,$ где $i = n_{пос} + n_{вр} + 2n_{кол}$.

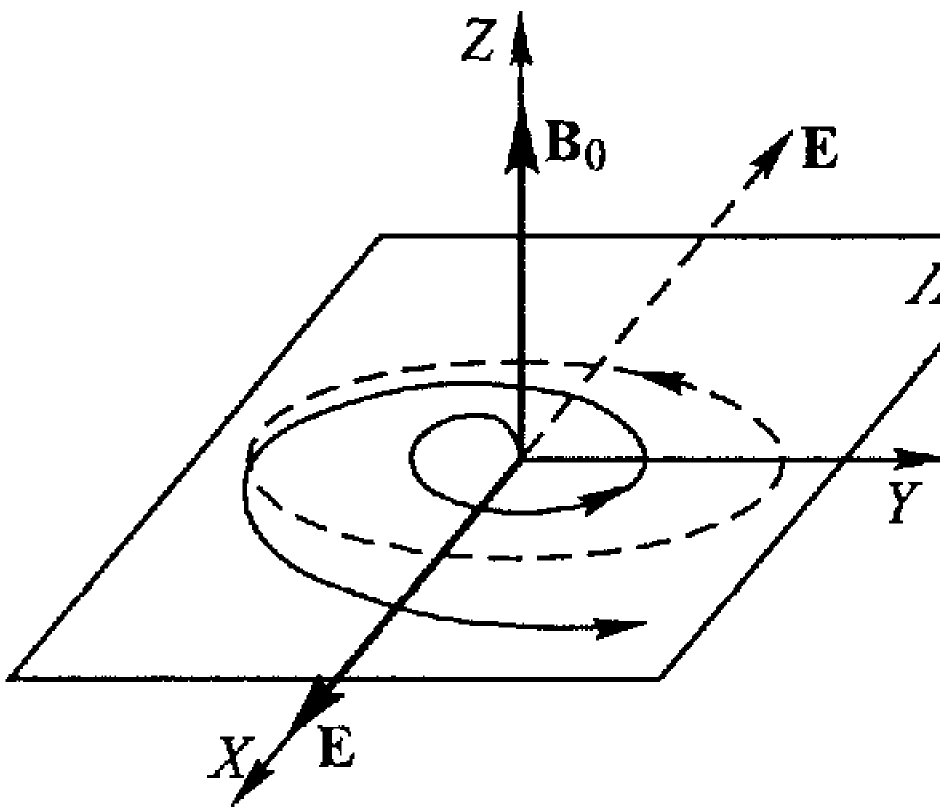
$$C_v = C_{v\ ионов} + C_{v\ электронов} = 2\cdot 3\frac{k_Б}{2}N + 3\frac{k_Б}{2}N = 4{,}5\frac{k_Б}{2}N.$$

Экспереметальное значение: $C_v = 3k_Б N$.

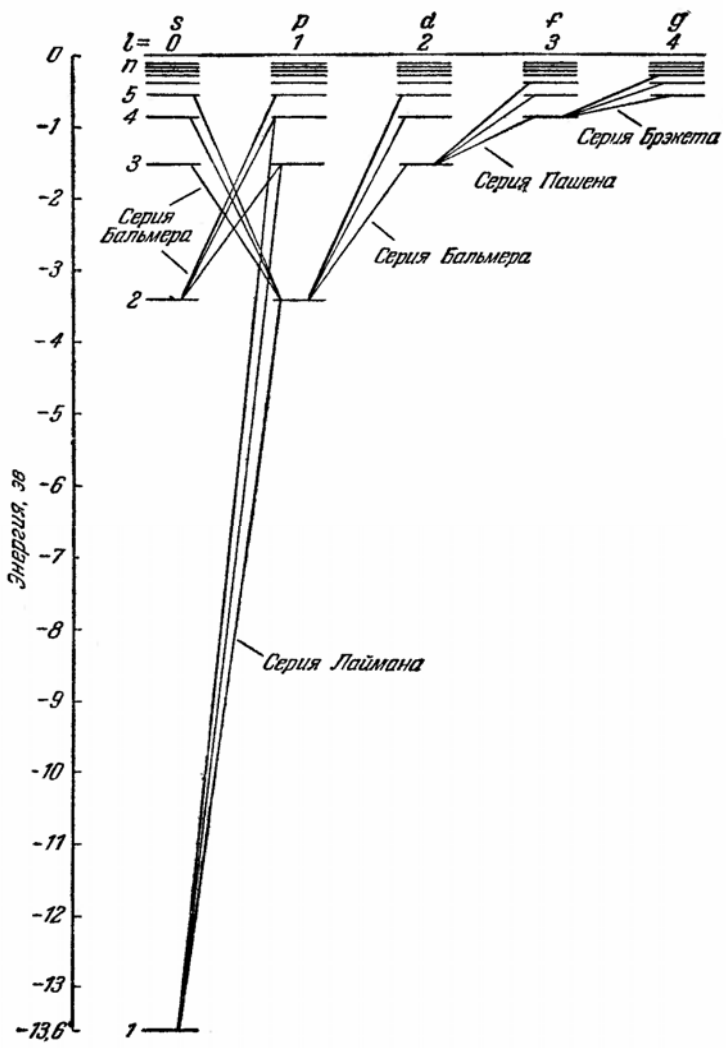
3) Экспериментальные значения для средняя длина свободного пробега $<l>$ составляет десятки перидов кристаллической решетки.

4) Значение эффективной массы электрона проводимости в металле, полученное на основании данных циклотронного резонанса оказалось меньше массы свободного электрона.

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{q}{m^*}B, \text{ где } m^* < m_e$$



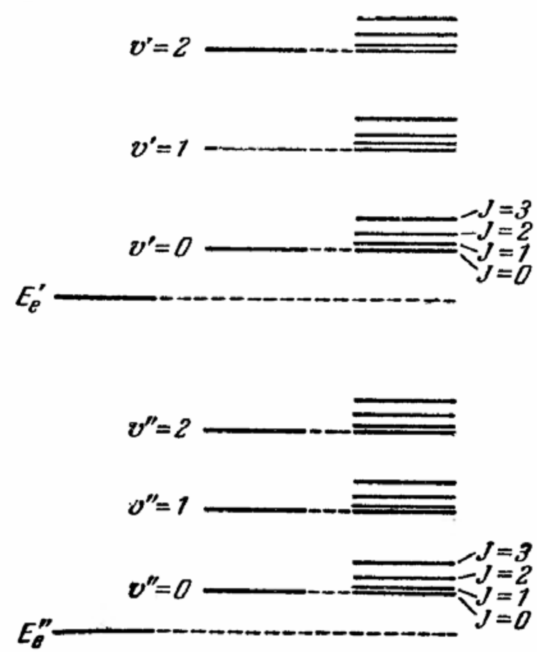
Поведение электронов в металлах подчиняются законам квантовой или волновой механики. Движение электронов подобно волновому движению материи и описывается волновой функцией, определяемой квантовомеханическим уравнением Шредингера. Рассмотрим основные особенности квантовомеханических систем.



Энергетический спектр атома водорода.

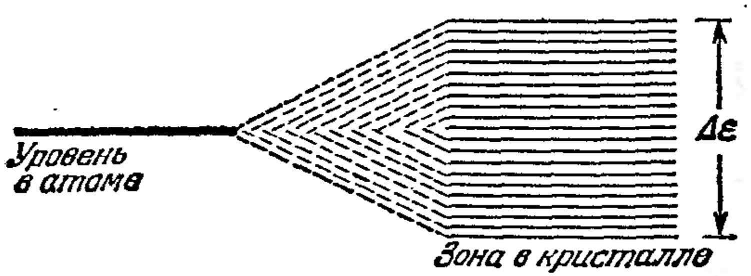
$$W_n, \text{ где } n = 1, 2, 3, \cdots. \qquad P_n = \int_{\infty} \Psi_n{}^2 dV.$$

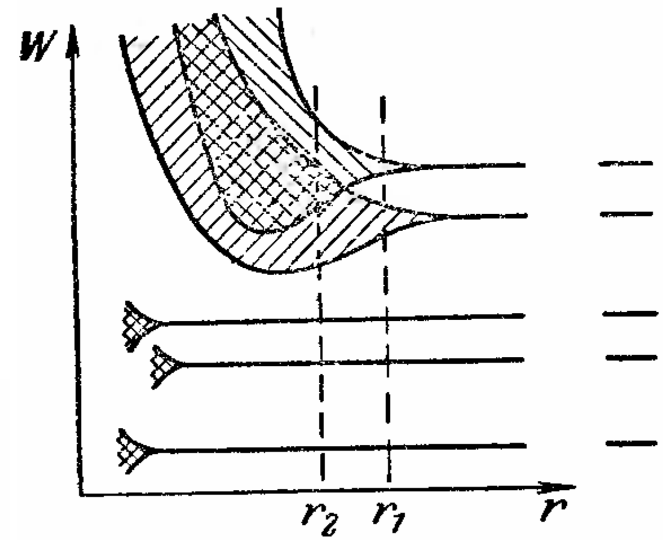
$$\Psi_n(x, y, z, t) = \Psi_{n,l,m,s}.$$

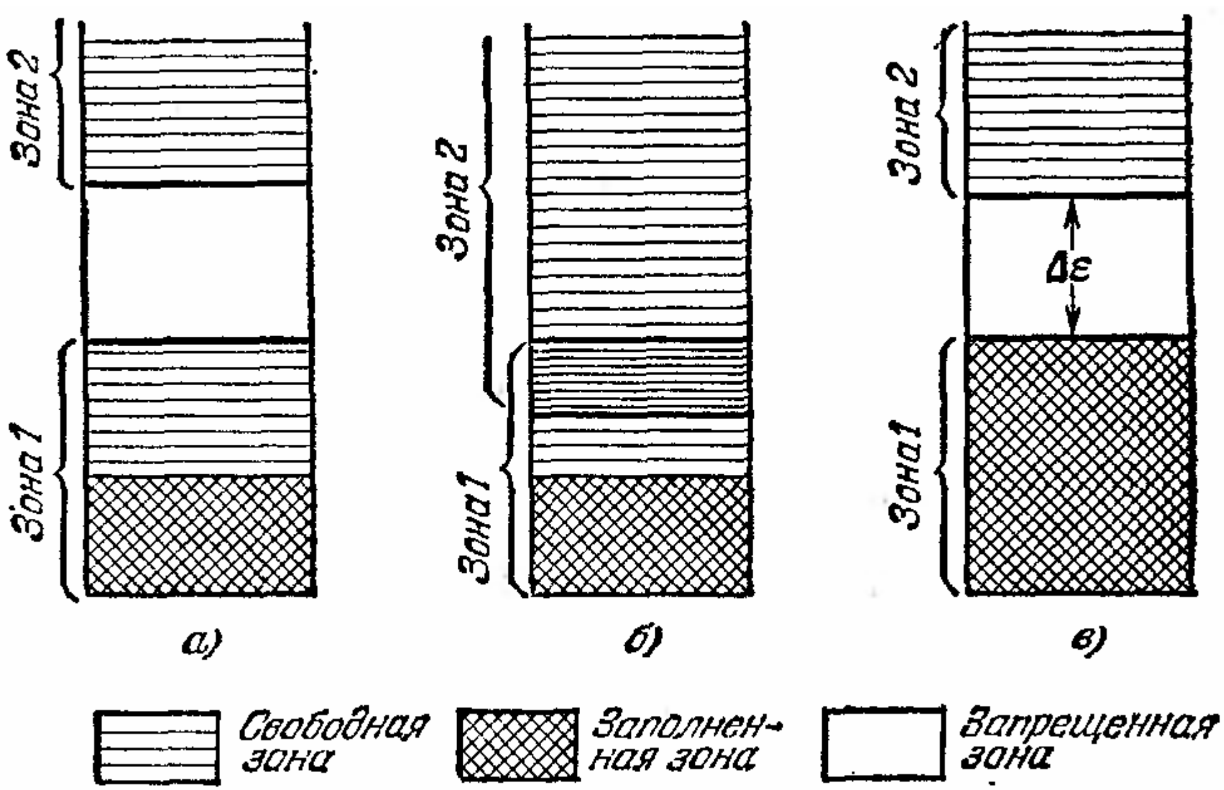


Энергетический спектр молекул.

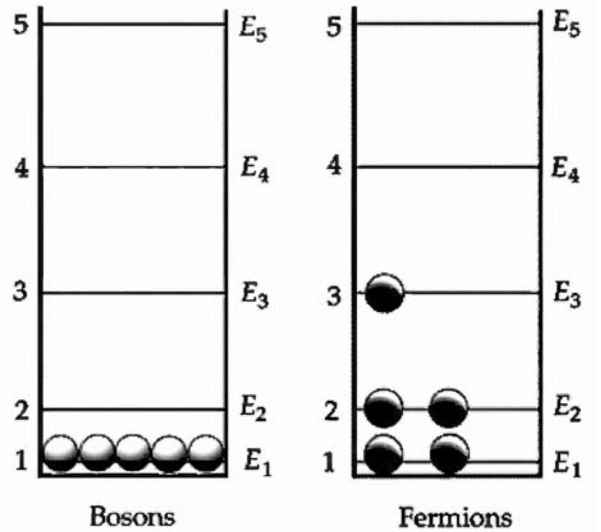
Понятие о зонной теории твердых тел. Энергетические уровни и формирование энергетических зон.







Принцип Паули. Статистика Ферми-Дирака.



Число частиц в ед. объема, имеющих импульс в интервале

$$p_x, p_x + dp_x; p_y, p_y + dp_y; p_z, p_z + dp_z,$$

равно $dn = f(W)dp_x dp_y dp_z$, где

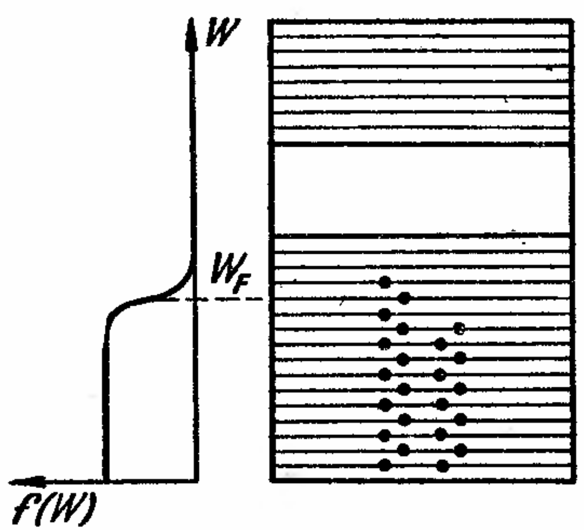
$$f(W) = Ae^{-\frac{W}{k_Б T}}$$ – плотность распределения частиц по импульсам. В квантовой статистике число микросостояной конечно

$$dZ = 2\frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}; \Rightarrow dn = f(W)dZ,$$

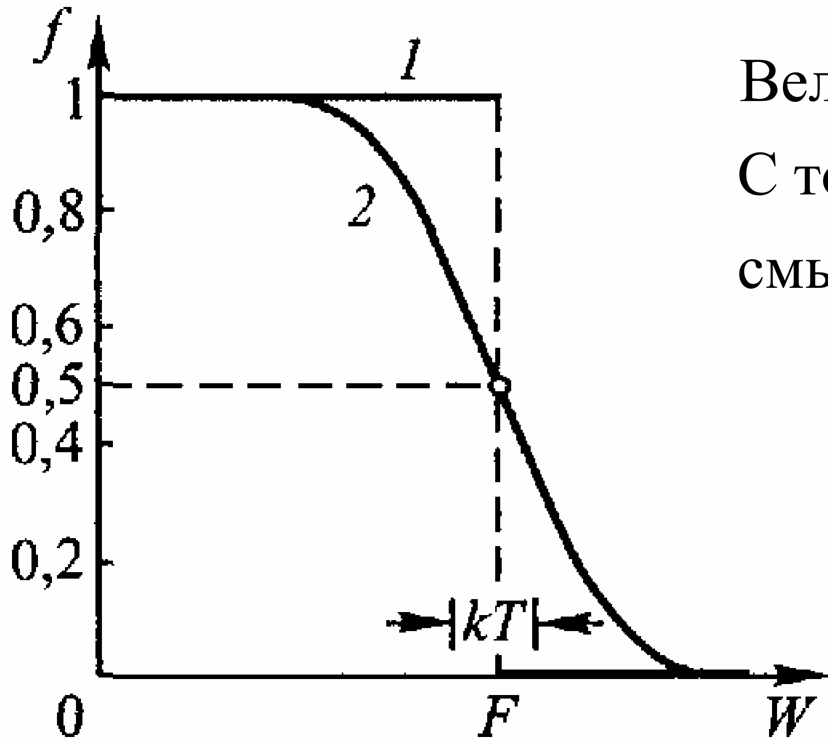
где для ферьми частиц

$$f(W) = \frac{1}{1 + \exp[(W - F)/k_Б T]} -$$

–распределение Ферми-Дирака



Если $(W - F)/k_Б T >> 1$, то $f(W) = \underbrace{e^{\frac{F}{k_Б T}}}_{A} e^{-\frac{W}{k_Б T}}$



Функция Ферми–Дирака $1 - T = 0$, $2 - T \neq 0$

Величина F называется энергия Ферми. С точки зрения термодинамики имеет смысл химического потенциала

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{S,V}$$

В металлах $F = (1-6)эВ$.

При комнатной температуре $k_Б T = 0,03эВ$.

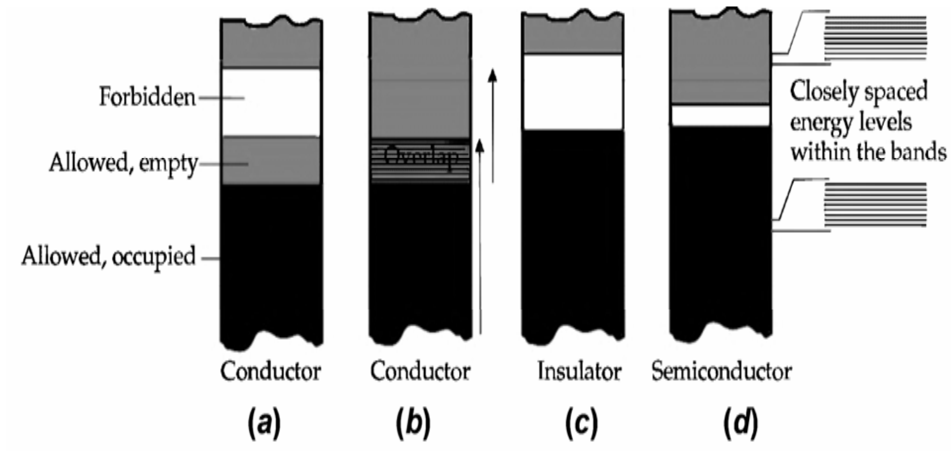
Для меди $\dfrac{k_Б T}{F} = 0,004$.

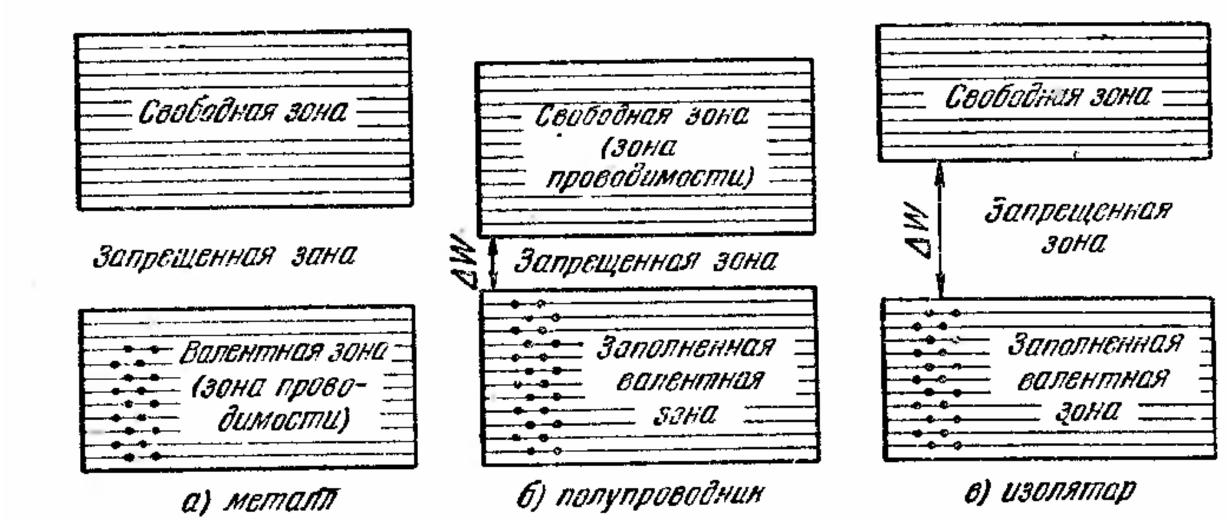
Число электронов участвующих в тепловом движении мало, поэтому $C_v = 3k_Б N$.

$$\rho = \frac{1}{\lambda} = \frac{2m}{ne^2}\frac{v_T}{<l>}; v_T = v_F, \text{ где } F = mv_F^2/2,$$

$$\frac{1}{<l>} = \frac{1}{l_{фл}} + \frac{1}{l_{пр}}; \ \frac{1}{l_{фл}} \sim T, l_{пр} = const; \Rightarrow \rho = \rho_0 + \alpha T.$$

Особенности зонной структуры диэлектриков, полупроводников и металлов. Объяснение проводимости твердых тел с помощью зонной теории.





Происхождение эффективной массы электронов.

$$W = U + \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = W(\vec{p}).$$

В металле вблизи дна зоны проводимости

(p отсчитывается от p_c)

$$W = W(\vec{p}) = W(\underbrace{0}_{\vec{p}-\vec{p}_c}) + \frac{1}{2!}\underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_x^2}}_{1/m_x^*} p_x^2 + \frac{1}{2!}\underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_y^2}}_{1/m_y^*} p_y^2 + \frac{1}{2!}\underbrace{\frac{\partial^2 W}{\partial p_z^2}}_{1/m_z^*} p_z^2 + \cdots$$

Объяснение закона Видемана-Франца в рамках квантовых представлений.

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{2}{3}\frac{mv_T^2}{e^2}c_V, \quad \text{где } \frac{mv_T^2}{2} = F, \;\; c_V = \frac{12}{5}k_Б\frac{k_Б T}{F}$$

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{4}{3}\frac{mv_T^2/2}{e^2}c_V = \frac{4}{3}\frac{F}{e^2}\frac{12}{5}k_Б\frac{k_Б T}{F} = \underbrace{\frac{16}{5}\frac{k_Б{}^2}{e^2}}_{a}T.$$