Лекция 14.

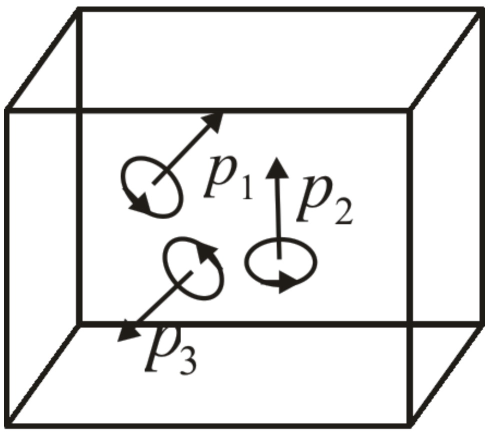
- Магнетики. Понятие о молекулярных токах. Вектор намагниченности вещества и его связь с молекулярными токами. Вектор напряженности магнитного поля. Магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость вещества. Материальное уравнение для векторов магнитного поля.
- Граничные условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля. Магнитная защита. Влияние формы магнетика на его намагниченность.
- Силы, действующие на магнетики в магнитном поле.

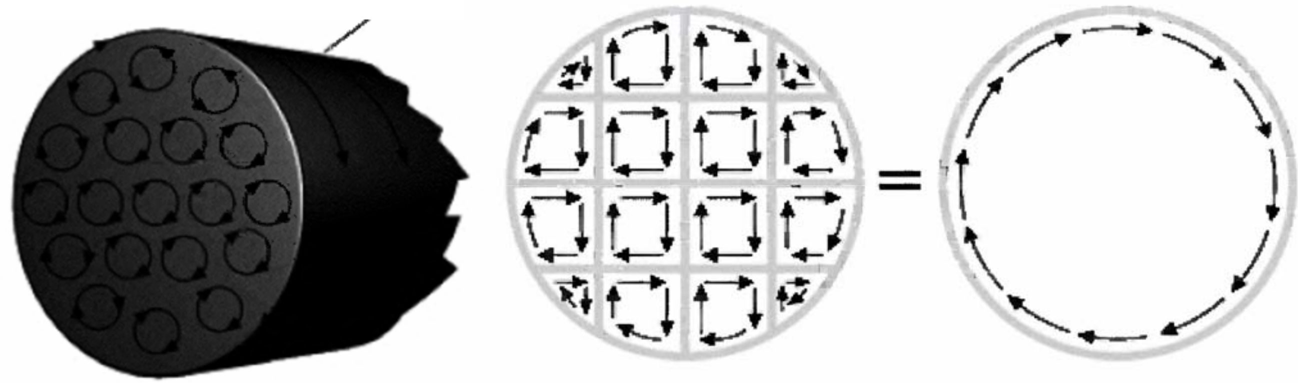
Магнетики. Понятие о молекулярных токах.

- Магнетиками называются вещества, которые при внесении их во внешнее магнитное поле сами становятся источниками магнитного поля. В этом случае говорят, что вещество намагничивается. Полная индукция магнитного поля равна векторной сумме внешнего магнитного поля и поля порожденного магнетиком.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

Согласно гипотезе Ампера, внешнее магнитное поле индуцироет в магнетике молекулярные токи, которые и порождают доплнительное магнитное поле $\vec{B}'$.





$$\Delta V$$

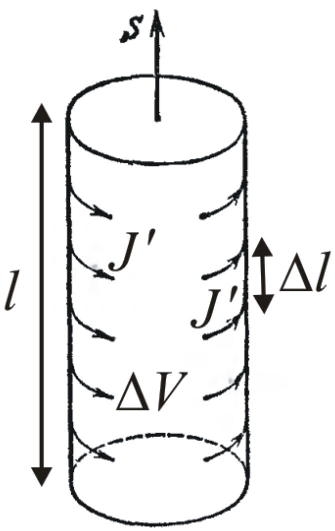
$$\begin{cases} \mathrm{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \vec{J}'), \\ \mathrm{div}\vec{B} = 0. \end{cases}$$ – Уравнения магнитостатики с учетом молекулярных токов.

Для характеристики намагниченности магнетика вводят понятие вектора намагниченности $\vec{I}$.

$$\vec{p}_1 = I_1\vec{S}_1, \vec{p}_2 = I_2\vec{S}_2, \vec{p}_3 = I_3\vec{S}_3, \cdots.$$

$$\vec{I} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\vec{p}_i \ .$$

Вектор намагниченности вещества и его связь с молекулярными токами.

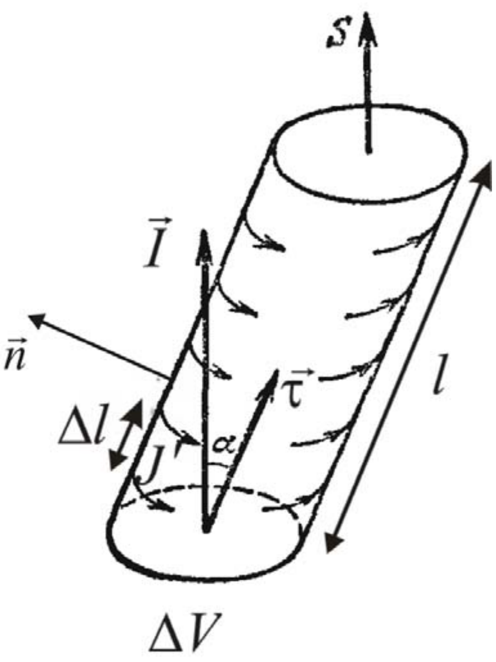


$$I' = J' \cdot l,$$

где J' – поверхностная плотность мол. тока.

Магнитный момент этого цилиндра равен

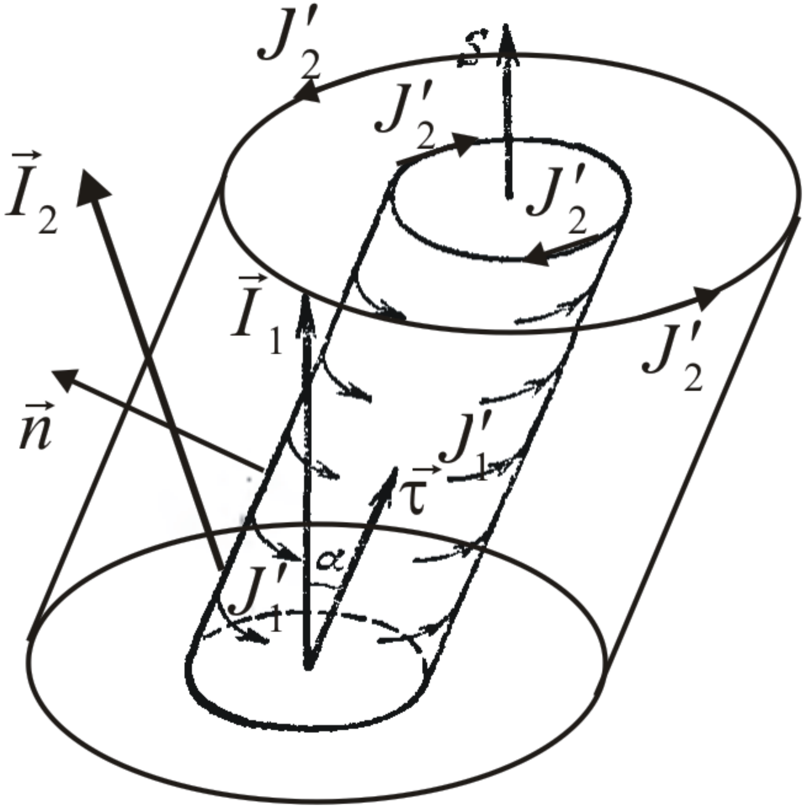
$$\left|\vec{I}\right| \cdot \Delta V = \sum_{\Delta l} \underbrace{J'\Delta l}_{\Delta I'} \cdot S = J' \cdot \underbrace{l \cdot S}_{\Delta V}; \Rightarrow J' = \left|\vec{I}\right|.$$



$$\sum_{\Delta l} J'\Delta l \cdot S = J' \cdot l \cdot S = \left|\vec{I}\right| \cdot \underbrace{\Delta V}_{l\cos\alpha \cdot S}; \Rightarrow$$

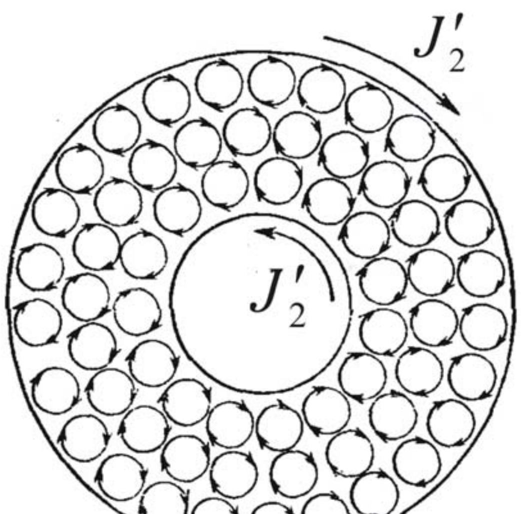
$$\Rightarrow J' = \left|\vec{I}\right| \cos\alpha = \vec{I} \cdot \vec{\tau} = I_{\tau}.$$

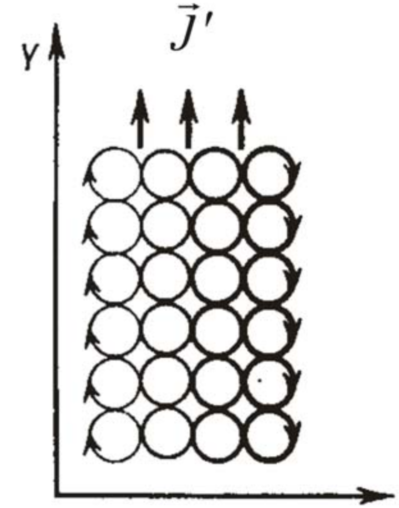
$$\vec{J}' = [\vec{I}, \vec{n}].$$

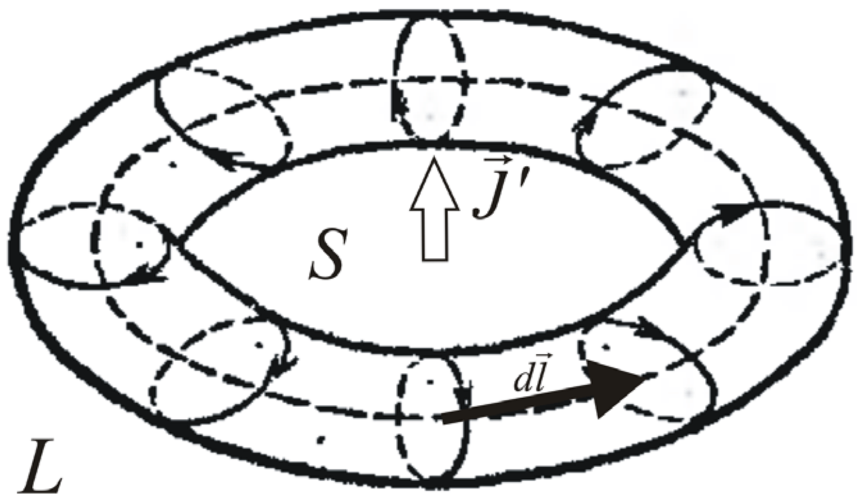


Плотность поверхностного молекулярного тока на границе двух магнетиков

$$\vec{J}' = [(\vec{I}_1 - \vec{I}_2), \vec{n}]$$



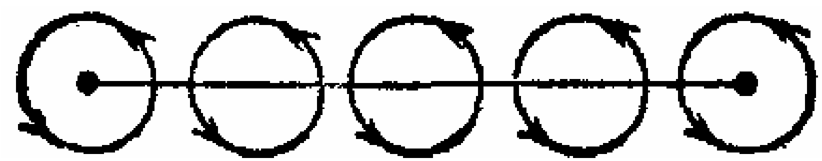




Если вещество намагниченно неоднородно, то возникают объемные молекулярные токи.

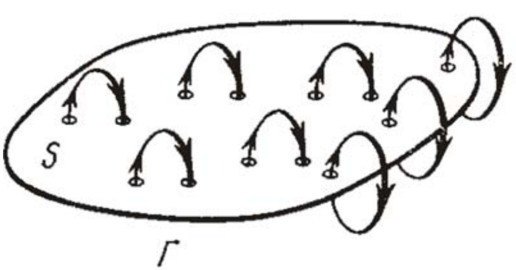
$$I' = \int\limits_{S_L} \vec{J}' d\vec{S} = \oint\limits_{L} \underbrace{J'_{пов.} dl}_{\vec{I} d\vec{l}} =$$

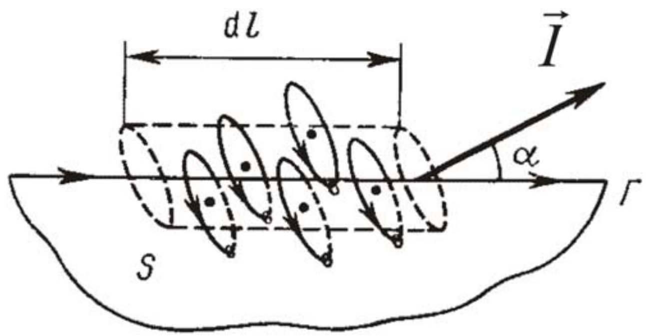
$$= \oint\limits_{L} \vec{I} d\vec{l} = \int\limits_{S_L} \mathrm{rot}\vec{I} \cdot d\vec{S};$$



$$dI' = J'_{пов.} dl = \vec{I}\vec{\tau} dl = \vec{I} d\vec{l};$$

$$\vec{J}' = \mathrm{rot}\,\vec{I}.$$





Вектор напряженности магнитного поля.

$$\mathrm{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \vec{J}') = \mu_0(\vec{J} + \mathrm{rot}\vec{I});\Rightarrow$$

$$\mathrm{rot}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{I}\right) = \vec{J};\Rightarrow \mathrm{rot}\vec{H} = \vec{J},\ \text{где}$$

$$\vec{H} = \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{I}\right) -$$

вектор напряженности магнитного поля.

Материальное уравнение для векторов магнитного поля. Магнитная проницаемость и магнитная восприимчивость вещества.

$\vec{I} = \vec{I}(\vec{B})$, но $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{I}); \Rightarrow \vec{H} = \vec{H}(\vec{B})$. Имеем $\vec{B} = \vec{B}(\vec{H})$ или $\vec{I} = \vec{I}(\vec{H})$ - материальные уравнения.

Для изотропных сред $\vec{I} = \chi \cdot \vec{H}$, где χ – магнитная восприимчивость.

$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{I}) = \mu_0 \underbrace{(1+\chi)}_{\mu} \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}$, где $\mu = 1 + \chi$ – магнитная проницаемость (относительная магнитная проницаемость).

$$I_i = \sum_{j=1}^{3} \chi_{ij} H_j,$$

где χ_{ij} - тензор магнитной восприимчивости.

Индукция магнитного поля в однородном, изотропном и бесконечном магнетике.

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\vec{H} = \vec{J}, \\ \mathrm{div}\vec{H} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{rot}\dfrac{\vec{B}}{\mu} = \mu_0 \vec{J}, \\ \mathrm{div}\dfrac{\vec{B}}{\mu} = 0. \end{cases} \Rightarrow \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{B}_{вакуум}$$

Из первого уравнения следует, что $\vec{H}$ в однородном бесконечном магнетике такое же, что и в вакууме.

Система полевых уравнений магнитостатики в изотропных бесконечных магнитных средах.

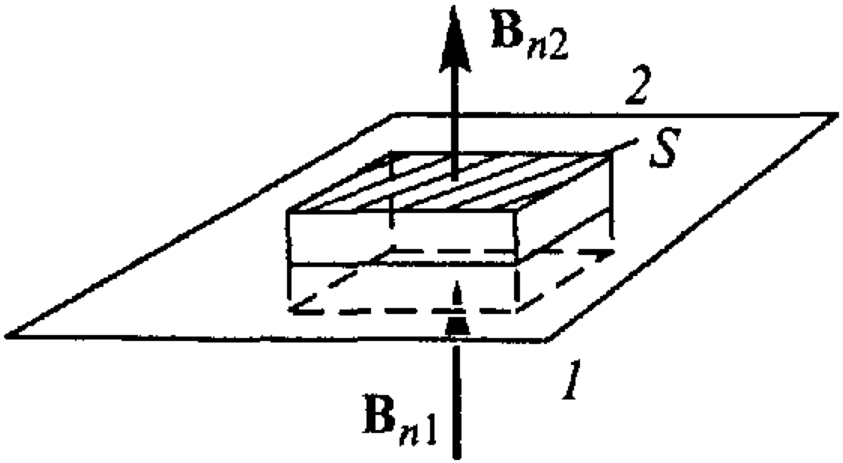
$$\begin{cases} \mathrm{rot}\vec{H} = \vec{J}, \\ \mathrm{div}\vec{B} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int\limits_{S_L} \mathrm{rot}\vec{H}d\vec{S} = \int\limits_{S_L} \vec{J}d\vec{S}, \\ \int\limits_{V} \mathrm{div}\vec{B}dV = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int\limits_{L} \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{S_L} \vec{J}d\vec{S}, \\ \int\limits_{S_V} \vec{B}d\vec{S} = 0. \end{cases}$$

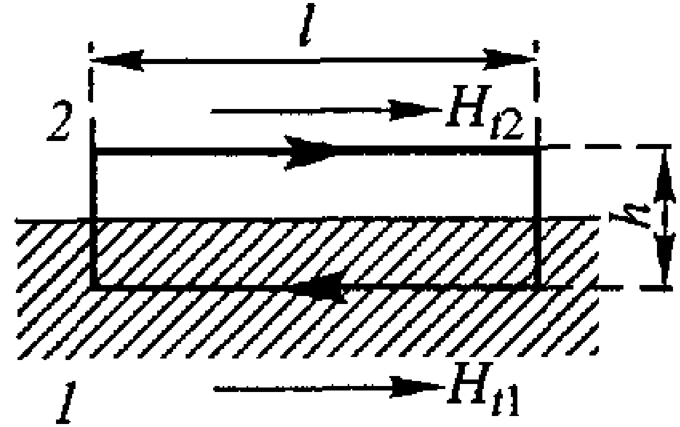
дифференциальная форма

интегральная форма

$\vec{B} = \vec{B}(\vec{H})$, $(\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H})$, – материальные уравнения.

Граничные условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля.





$$B_{n2}S - B_{n1}S = 0,$$

$$B_{n2} = B_{n1}.$$

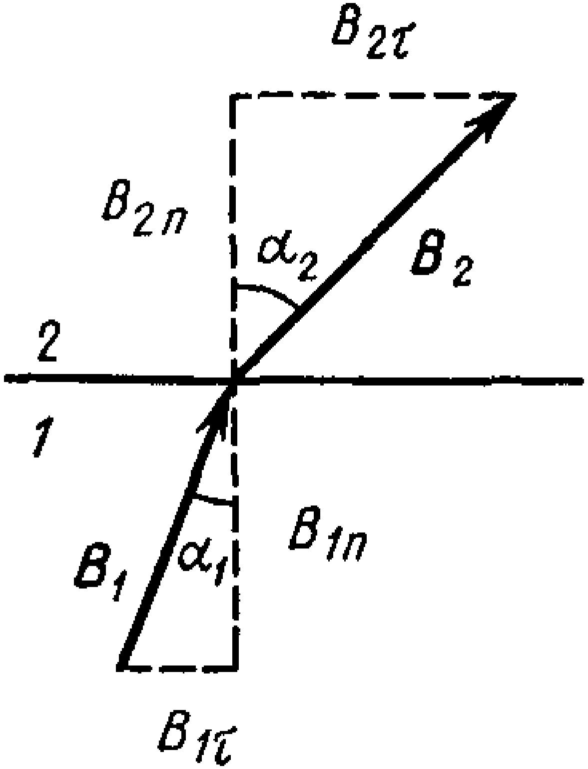
$$\frac{B_{\tau 2}}{\mu_2} = \frac{B_{\tau 1}}{\mu_1}.$$

$H_{\tau 2}l - H_{\tau 1}l = J_k l$, где $\vec{k} \perp h \cdot l$.

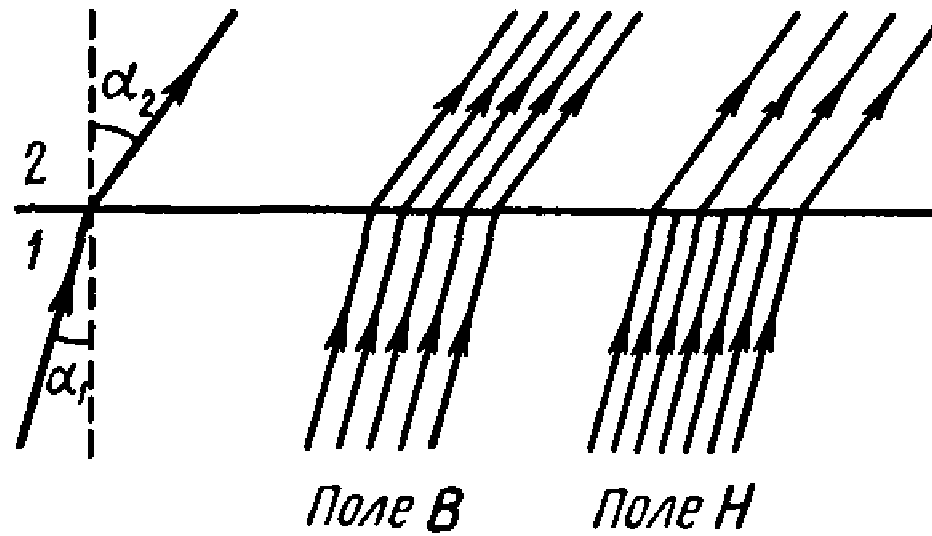
$H_{\tau 2} - H_{\tau 1} = J_k$, если $J_k = 0$, то

$$H_{\tau 2} = H_{\tau 1}.$$

Преломление линий магнитной индукции магнитного поля на границе двух магнетиков



$$\mu_2 > \mu_1,$$



$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_2}{\mathrm{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Магнитная защита.

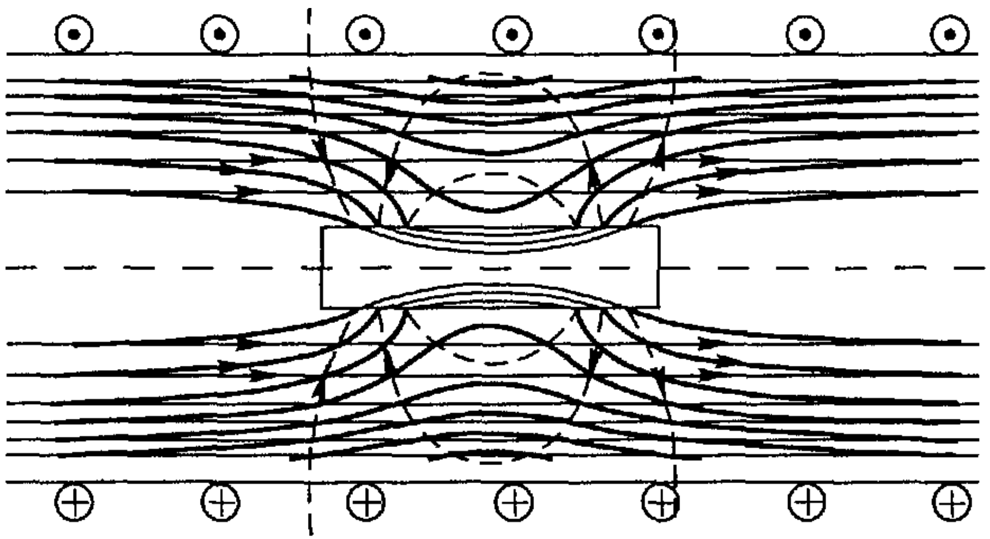
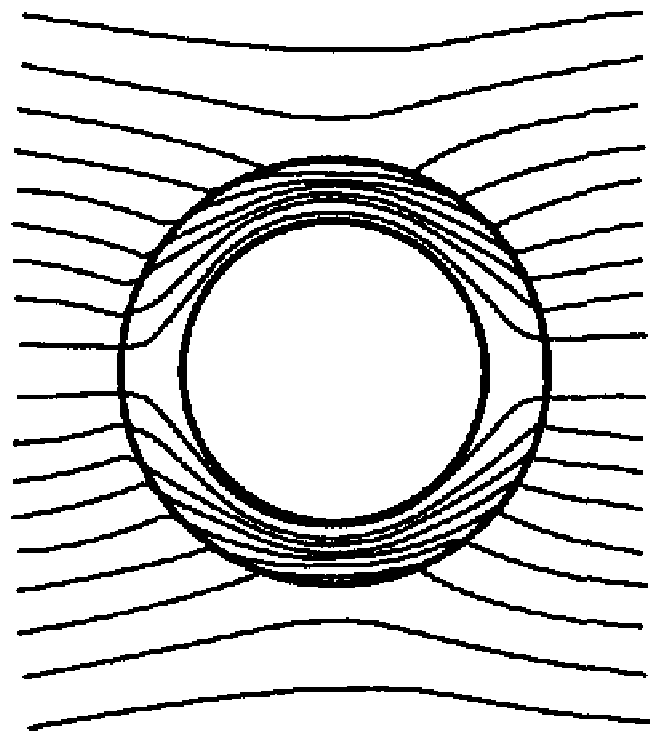


Рис. 165 Сгущение линий индукции внутри магнетика



Аналогия с электростатикой диэлектриков.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \qquad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{I}),$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{D} = \rho = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{B} = 0, \end{cases}$$

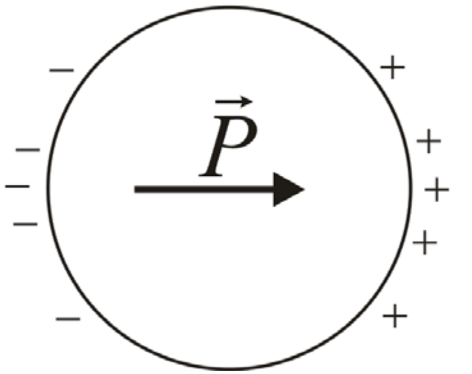
$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; D_{n1} = D_{n1}, \qquad H_{\tau 1} = H_{\tau 2}; B_{n1} = B_{n1},$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{E} = -\dfrac{1}{\varepsilon_0} \operatorname{div}\vec{P}, \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{H} = -\operatorname{div}\vec{I}, \end{cases}$$

$$\vec{E} \to \vec{H}; \quad \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \to \vec{I}.$$

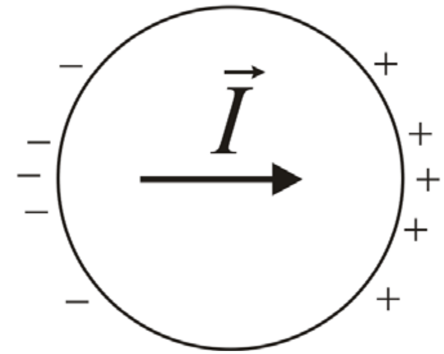
Поле однородно намагниченного шара.

$\sigma' = P_n$



$\Rightarrow$

$\sigma' = \varepsilon_0 I_n$



$$\vec{E}' = -\frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0};$$

$$\vec{H}' = -\frac{1}{3}\vec{I};$$

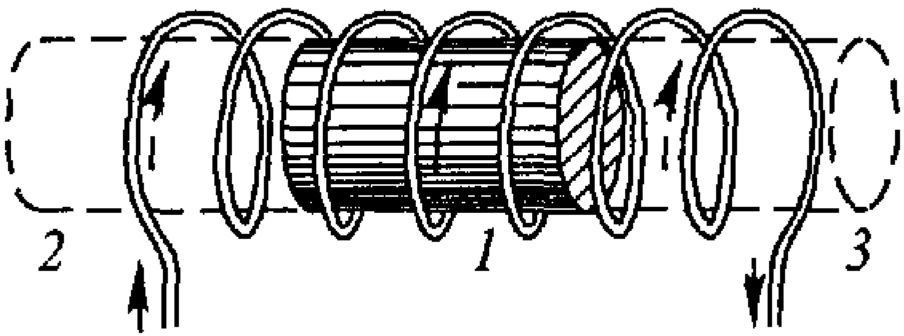
Если есть внешнее магнитное поле $\vec{H}_0$, то

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}' = \vec{H}_0 - \frac{1}{3}\vec{I} = \vec{H}_0 - \vec{H}_{\bigcirc};$$

$\vec{H}_{\bigcirc} = \beta\vec{I} -$ размагничивающее поле,

где $\beta -$ размагничивающий фактор формы.

Влияние формы магнетика на его намагниченность.

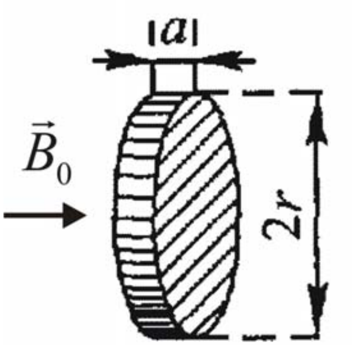


$\vec{H} = \vec{H}_0 - \vec{H}_\circ; \quad \vec{H}_\circ = \beta \vec{I}$ – строго справедливо только для тел элипсоидальной формы.

$$0 < \beta < 1;$$

1)для бесконечного цилиндра $\vec{H} = \vec{H}_0,\ \beta = 0.$

2)Для тонкого магнитного слоя (бескончного)



Из граничных условий $B_{n0} = B_n; \Rightarrow H_{n0} = \mu H_n$.

При $r \to \infty,\ B_n = B,\ H_n = H$. Тогда $H = H_0 / \mu =$

$= H_0 - (H_0 / \mu)\mu + H_0 / \mu = H_0 - (\underbrace{\mu - 1}_{\chi})H = H_0 - \underbrace{1}_{\beta} I.$

В этом случае β=1.

Силы, действующие на магнетики в магнитном поле.

$$\vec{F}_{\Delta V} = \nabla(\underbrace{\vec{p}_{\Delta V}}_{\vec{I}\Delta V}\overset{\downarrow}{\vec{B}}); \Rightarrow \vec{f} = \frac{\vec{F}_{\Delta V}}{\Delta V} = \nabla(\vec{I}\,\overset{\downarrow}{\vec{B}}).$$

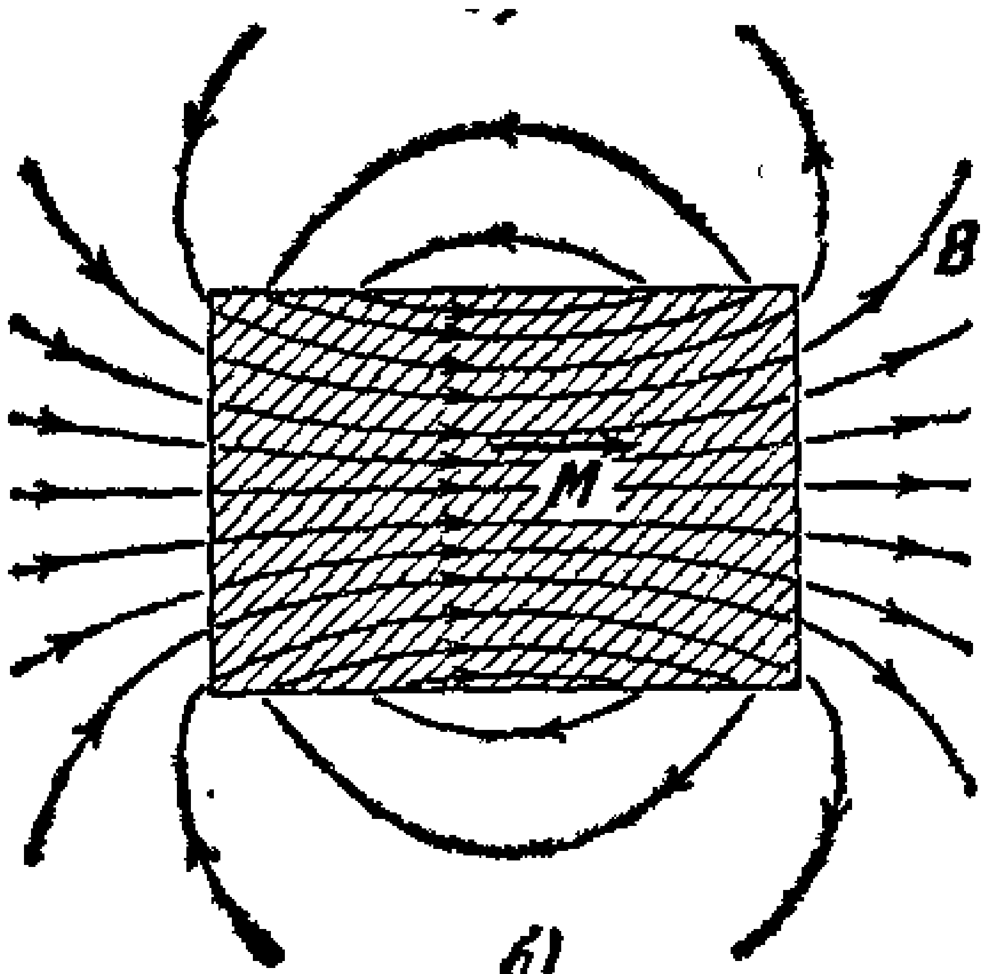
$$\vec{I} = (\mu - 1)\vec{H} = (\mu - 1)\frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu};$$

$$\vec{f} = \nabla(\vec{I}\,\overset{\downarrow}{\vec{B}}) = \frac{(\mu - 1)}{\mu_0 \mu}\nabla(\vec{B}\,\overset{\downarrow}{\vec{B}}) = \frac{(\mu - 1)}{\mu_0 \mu}\frac{1}{2}\nabla(\overset{\downarrow}{\vec{B}}\,\overset{\downarrow}{\vec{B}});$$

$$\vec{f} = \frac{(\mu - 1)}{\mu_0 \mu}\frac{1}{2}\nabla \vec{B}^2.$$

Если $\mu > 1$, то магнетик втягивается в область сильного магнитного поля

Поле постоянного магнита.



б)